

GELŽBETONINIŲ KONSTRUKCIJŲ TEMPIAMOJO SUSTANDĖJIMO MODELIAVIMAS PAGAL KINIJOS PROJEKTAVIMO NORMAS

Ronaldas Jakubovskis¹, Eugenijus Gudonis²

^{1,2} *Vilniaus Gedimino technikos universitetas*

El. paštas: ¹ronaldas.jakubovskis@vgtu.lt; ²eugenijus.gudonis@vgtu.lt

Santrauka. Straipsnyje pateikiamas gelžbetoninių konstrukcijų tempiamojo sustandėjimo modelis, išvestas remiantis Kinijos projektavimo normomis GB 50010-2002. Atvirkštiniu keliu, iš norminių momentų-kreivių diagramų, buvo gautos tempiamosios zonos vidutinės įtempių-deformacijų priklausomybės. Gautos priklausomybės, kaip medžiagų modeliai, pritaikytos skaitinėje lenkiamų elementų analizėje: netiesinėje baigtinių elementų programoje ATENA ir sluoksnių modelyje. Apskaičiuoti skaitinio modeliavimo rezultatai buvo artimi norminiams.

Reikšminiai žodžiai: gelžbetoninės konstrukcijos, tempiamasis sustandėjimas, medžiagų modelis, baigtiniai elementai.

Įvadas

Daugumos pasaulio valstybių gelžbetoninių konstrukcijų projektavimo normos remiasi ribinių būvių metodu. Saugos ribinis būvis skaičiuojamas pagal vieningą metodiką, t.y. nagrinėjant gelžbetoninės konstrukcijos būvį irimo metu. Tuo tarpu tinkamumo ribiniam būviui, t.y. gelžbetoninių konstrukcijų pleišėjimui ir deformacijoms vieningos metodikos nėra ir kiekvienos valstybės projektavimo normos remiasi specifinėmis prielaidomis ir supaprastinimais. (Kaklauskas ir Gribniak 2011; Jakubovskis *et al.* 2011).

Vienas didžiausių projektavimo normų trūkumų yra ribotas jų pritaikymas skaičiuojant sudėtingos formos, netaisyklingai apkrautas konstrukcijas. Efektyvi alternatyva tokiems atvejais yra kompiuterinės baigtinių elementų programos. Šiuo būdu galima įvertinti visos konstrukcijos darbą, konstrukcijos ir grunto sąveiką, specifines apkrovas, netiesines medžiagų savybes (Maekawa *et al.* 2004; Wu ir Gilbert 2009; Gribniak *et al.* 2010). Baigtinių elementų metodo skaičiavimo rezultatai priklauso nuo priimtų medžiagų modelių. Nagrinėjant tinkamumo ribinį būvį, armatūra gali būti modeliuojama kaip tiesiškai tampri. Aprašant gniuždomo betono darbą buvo pasiūlyta įvairių įtempių-deformacijų priklausomybių (Popovics 1970), tačiau gelžbetoninių konstrukcijų deformacijų skaitinio modeliavimo rezultatai mažai priklauso nuo konkretaus gniuždomo betono modelio (Stramandinoli ir Rovere 2008). Sudėtingesnė užduotis yra supleišėjusių gelžbetoninių elementų tempiamosios zonos modeliavimas. Tarp plyšių esantis nepažeistas betonas, dėl sukibimo su armatūra, perima tempimo įtempius ir prisideda

prie bendro konstrukcijos standumo. Šis efektas, paprastai vadinamas tempiamuoju sustandėjimu, turi didelės įtakos gelžbetoninių konstrukcijų elgsenai (Kaklauskas *et al.* 2009).

Šiame straipsnyje pateikiamas tempiamąjį sustandėjimą aprašantis modelis, pagal Kinijos projektavimo normas GB 50010-2002 (MCPRC 2004). Remiantis algoritmu, pasiūlytu Kaklauskos ir Ghaboussio (2001) ir modifikuotu Kaklauskos ir Gribniako (2011), tempiamojo sustandėjimo modelis atvirkštiniu keliu išvedamas iš norminių momentų-kreivių diagramų. Gautas įtempių-deformacijų modelis pritaikytas netiesinėje baigtinių elementų programoje ATENA ir sluoksnių modelyje.

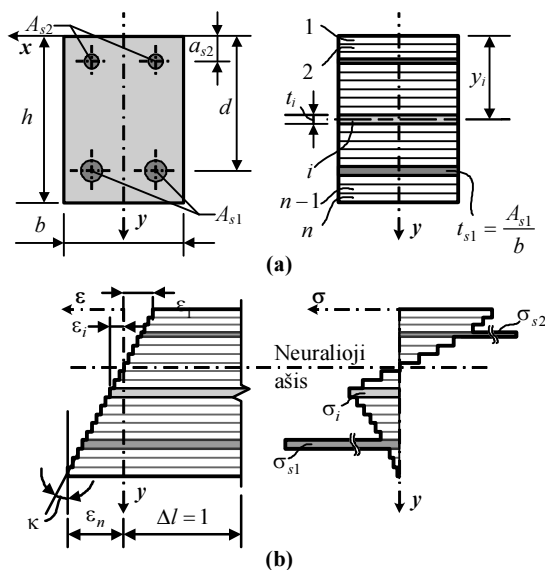
Atvirkštinio uždavinio sprendimas

Inžinerinėje praktikoje dažniausiai susiduriama su *tiesioginio* uždavinio sprendimu - kai iš žinomų medžiagų modelių ir apkrovų reikia gauti konstrukcijos įrašas ir poslinkius. Kai medžiagų modeliai yra sudėtingi ir vienareikšmiškai neapibrėžiami, paranku spręsti *atvirkštinį* uždavinį: žinant konstrukcijos reakciją (iš bandymo rezultatų) parinkti reikiamą medžiagos modelį, kurį vėliau galima taikyti *tiesioginio* uždavinio sprendimui. Dėl sudėtingos prigimties tempiamojo sustandėjimo efektas negali būti vienareikšmiškai apibūdintas, todėl šiuo atveju patogu taikyti *atvirkštinio* uždavinio algoritmą.

Detalus *atvirkštinio* uždavinio algoritmas pateikiamas kituose šaltiniuose (Kaklauskas ir Ghaboussi 2001; Gribniak 2009). Šiame skyriuje pateikiamos tik pagrindinės prielaidos ir skaičiavimo etapai.

Nagrinėjamas *atvirkštinis* uždavinys yra pagrįstas sluoksnių modeliu (Kaklauskas 2004). Skaičiavimams taikomos tokios pagrindinės prielaidos: 1) vidutinis įtempių-deformacijų pasiskirstymas supleišėjusiame elemente; 2) plokščiųjų pjūvių hipotezė; 3) idealus sluoksnių sukibimas.

Panaginėjime stačiakampį dvipusiškai armuotą gelžbetoninį skerspjūvį, parodytą 1 pav., a. Skerspjūvis sudalinamas į n betono ir armatūros sluoksnių. Armatūros sluoksnio storis apskaičiuojamas iš ekvivalentinio ploto sąlygos. Turint medžiagų įtempių-deformacijų diagramas, skerspjūvis skaičiuojamas kaip n -tėjinis elementas pagal klasikines mechanikos formules. Skaičiavimai vykdomi iteracijomis, kiekviename žingsnyje perskaičiuojant kirstinį tamprumo modulį kiekvienam sluoksniui, kol pasiekiamas norimas konvergavimo tikslumas. Deformacijų ir įtempių pasiskirstymas skerspjūvyje schematiškai parodytas 1 pav., b. Tai yra *tiesioginio* uždavinio sprendimo algoritmas sluoksniu metodu, kurio rezultatas yra apskaičiuota gelžbetoninio elemento momentų-kreivių diagrama.



1 pav. Gelžbetoninio skerspjūvio sluoksnių modelio sudarymas (a) ir deformacijų-įtempių pasiskirstymas sluoksniuose (b)

Fig. 1. The layer reinforced concrete section model (a) and strain-stress distribution in the layers (b)

Sprendžiant *atvirkštinį* uždavinį sluoksnių metodu, momentų-kreivių diagrama, gniuždomo betono ir armatūros įtempių-deformacijų diagramos yra žinomos. Nežinomuju laikoma tempiamosios dalies įtempių-deformacijų diagrama. Kiekviename apkrovos žingsnyje *tiesioginis* uždavinys sprendžiamas tol, kol su norimu

tikslumu parenkama reikiama tempiamosios dalies įtempių-deformacijų diagrama.

Momento-kreivio skaičiavimas pagal GB 50010-2002

Gelžbetoninių elementų trumpalaikis lenkiamasis standis apskaičiuojamas pagal formules:

$$B_{s1} = E_c I_0, \text{ kai } M < M_{cr}; \quad (1a)$$

$$B_{s2} = \frac{E_s A_s h_0^2}{1,15\psi + 0,2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3,5\gamma_f'}}, \text{ kai } M \geq M_{cr}, \quad (1b)$$

čia E_c , E_s - atitinkamai betono ir armatūros tamprumo modulis; I_0 - redukuoto skerspjūvio inercijos momentas; A_s - tempiamos armatūros skerspjūvio plotas; h_0 - efektyvusis skerspjūvio aukštis; ρ - armavimo koeficientas; α_E - armatūros ir betono tamprumo modulių santykis; γ_f' - gniuždomos lentynos ploto santykis su efektyviuoju sienutės plotu; ψ - koeficientas, įvertinantis netiesinį armatūros deformacijų pasiskirstymą tarp plyšių.

Pleišėjimo momentas M_{cr} apskaičiuojamas:

$$M_{cr} = \gamma f_{tk} W_0, \quad (2)$$

čia γ - platinės įtakos koeficientas; f_{tk} - betono charakteristinis tempiamasis stipris; W_0 - redukuoto skerspjūvio inercijos momentas.

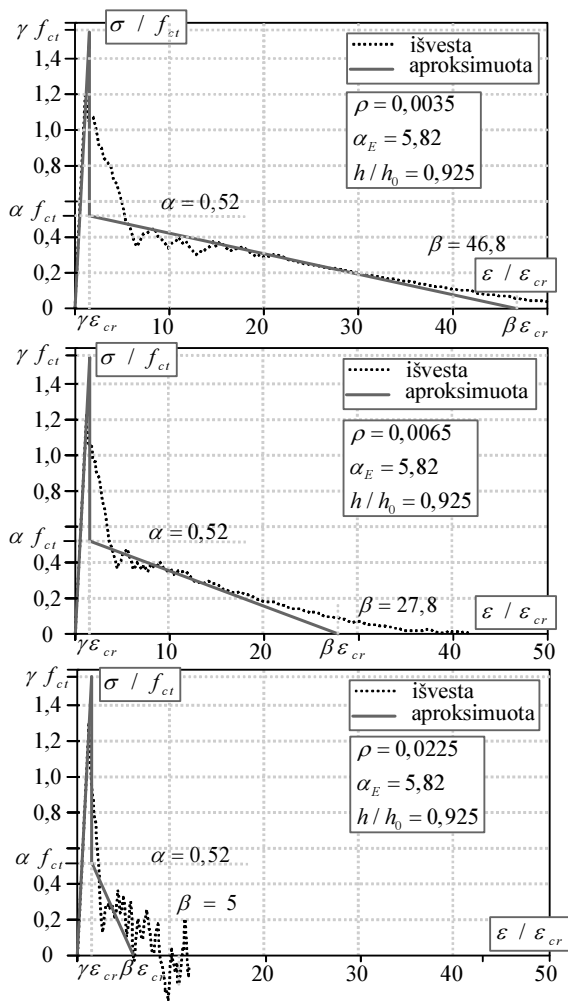
Trumpalaikis gelžbetoninių elementų kreivis apskaičiuojamas:

$$\kappa = \frac{M}{B_{s1}}, \text{ kai } M < M_{cr}; \quad (3a)$$

$$\kappa = \frac{M}{B_{s2}}, \text{ kai } M \geq M_{cr}. \quad (3b)$$

Tempiamojo sustandėjimo modelis

Remiantis projektavimo normomis GB 50010-2002, buvo sudarytos 488 momentų-kreivių diagramos, apimančios sijas su skirtingu armavimo koeficientu ($\rho = 0,0025 \div 0,0225$), betono klase (C20 \div C80), naudojamo aukščio santykiu ($h_0 / h = 0,725 \div 0,94$) ir plieno tamprumo modulių ($E_s = 195 \div 210$ GPa). Kiekvienai iš sijų atvirkštiniu keliu gautos vidutinės tempiamosios zonos įtempių-deformacijų priklausomybės. 2 paveiksle punktyrine linija pateikta keletas gautų diagramų. Iš skaičiavimo rezultatų galima pastebėti, kad didžiausią įtaką tempiamojo sustandėjimo efektui turi armavimo koeficientas ρ . Atlikta regresinė analizė parodė, kad sijos naudojamo aukštis h_0 / h ir tamprumo modulių santykis α_E taip pat turi įtakos nagrinėjamam efektui.



2 pav. Išvestos ir aproksimuotos tempiamojo sustandėjimo priklausomybės

Fig. 2. The obtained and approximated tension-stiffening relationships

Paprastas dviejų parametru analitinis modelis yra siūlomas diagramų aproksimavimui, kaip parodyta 2 paveiksle ištisine linija. Iki pleišėjimo taikoma idealiai tampri tiesinė diagrama. Pleišėjimo deformacija ε_{cr} yra padidinama plastinės įtakos koeficientu γ , apskaičiuojamu pagal normas. Šiame straipsnyje nagrinėtoms sijoms $\gamma = 1,55$. Parametrai α ir β atitinkami apibūdina sijos standumo praradimą pleišėjimo metu ir sijos galimybę perimti tempimo įtempius po pleišėjimo. α ir β reikšmės siūloma skaičiuoti pagal formules:

$$\alpha = 0,4 + 41 \cdot e^{-\alpha_E};$$

$$\beta = 26,8 - 107,2 \left(\frac{h_0}{h} \right) - 30,6 \ln(\alpha_E \cdot \rho); \quad (4)$$

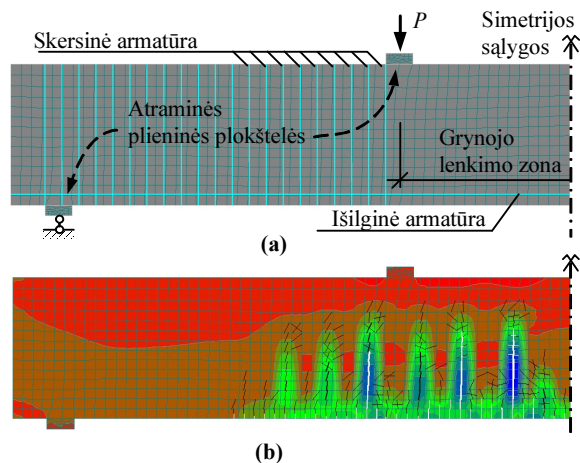
$$\beta \geq 5;$$

čia α_E – tamprumo modulių santykis; h_0/h – efektyviojo ir geometrinio sijos aukščio santykis; ρ – armavimo koeficientas (vieneto dalimis).

Siūlomo modelio pritaikymas

Pasiūlytas dviejų parametru tempiamojo sustandėjimo modelis pritaikytas netiesinėje baigtinių elementų programoje ATENA ir sluoksnių modelyje. Tuo tikslu tempiamosios dalies vidutinės įtempių-deformacijų priklausomybės, kaip medžiagų modeliai, įvesti į skaičiavimo programas. Gniuždomam betonui naudojama EC2 (CEN 2004) siūloma įtempių-deformacijų priklausomybė. Armatūra modeliuojama kaip tiesiškai tampri.

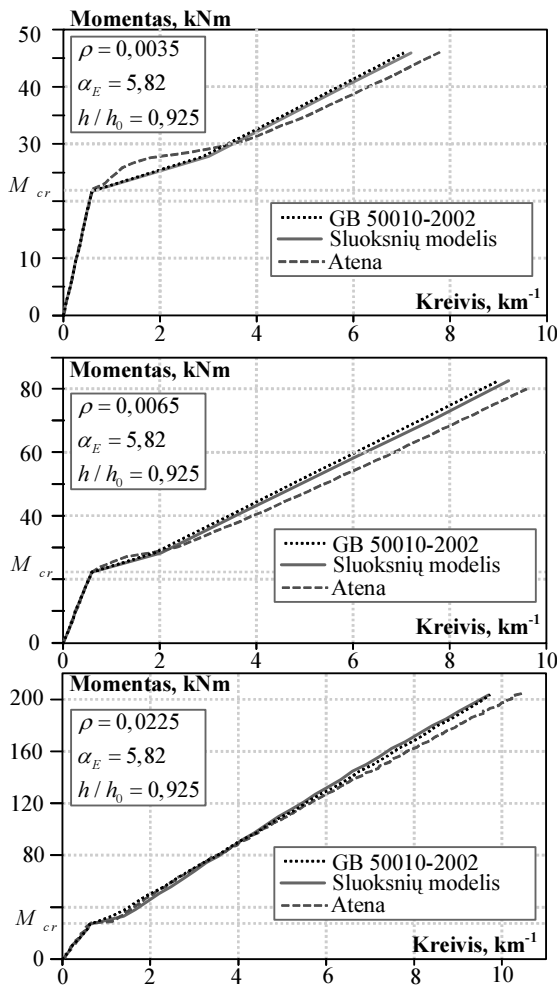
Netiesinės baigtinių elementų programos ATENA skaičiavimo schema parodyta 3 pav., a. Tikrinamajam uždaviniui pasirinktas įprastas keturių taškų lenkimo modelis su grynojo lenkimo zona tarpatriamio viduryje. Vidutinis kreivis apskaičiuotas grynojo lenkimo zonoje remiantis integraline įlinkio ir kreivio priklausomybe. Šlyties deformacijų įtakos sumažinimui sija tankiai armuota skersine armatūra ($\varnothing 8$ kas 50 mm). Sijos supleišėjimo pobūdis, kai apkrova pasiekia maksimalią reikšmę pateiktas 3 pav., b.



3 pav. Baigtinių elementų programos ATENA skaičiavimo schema (a) ir gautas supleišėjimo pobūdis (b)

Fig. 3. Finite element model by ATENA program (a) and the obtained crack pattern (b)

4 paveiksle parodyti skaičiavimo rezultatai, atitinkantys 2 pav. pateiktus medžiagų modelius. Gautas geras sutapimas tarp skaičiavimo pagal GB 50010-2002 projektavimo normas ir sluoksnių modelį. Baigtinių elementų programa ATENA nežymiai pervertina kreivio reikšmes. Tai iš dalies gali būti paaiškinta šlyties deformacijų įtaka įlinkiams, kurios nėra vertinamos sluoksnių modelyje ir projektavimo normose.



4 pav. Momentų-kreivių diagramos

Fig. 4. The moment-curvature diagrams

Išvados

1. Remiantis sluoksnių modelio algoritmu spęstas atvirkštinis uždavinys. Jo tikslas yra gauti vidutinės įtempių-deformacijų diagramas tempiamajai gelžbetoninių konstrukcijų daliai. Atlikus išsamią regresinę analizę, gautos diagramos aproksimuotos paprastu dviejų parametru modeliu.

2. Siūlomas modelis pritaikytas skaitinėje gelžbetoninių konstrukcijų analizėje: sluoksnių modelyje ir netiesinėje baigtinių elementų programoje ATENA. Gautos momentų-kreivių reikšmės gerai sutapo su projektavimo normų GB 50010-2002 rezultatais, patvirtindamos, kad tempiamasis sustandėjimas gali būti modeliuojamas pasiūlytu būdu.

Literatūra

CEN (Comité Européen de Normalisation), 2004. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1:2004. CEN, Brussels.

- Gribniak, V. 2009. Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures. PhD thesis, Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius. (Available at <http://www.dart-europe.eu/full.php?id=182160>).
- Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Indurm, S.; Bacinskas, D. 2010. Finite element mesh size effect on deformation predictions of reinforced concrete bridge girder, *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering* 5(1): 19–27.
- Jakubovskis, R.; Gudonis, E.; Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2011. Rigid-plastic bond model for analysis of reinforced concrete bending members, *Proceedings of 16th International Conference Mechanika*, 128–132.
- Kaklauskas, G.; Ghaboussi, J. 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests, *ASCE Journal of Structural Engineering* 127(1): 64–73.
- Kaklauskas, G. 2004. Flexural layered deformational model of reinforced concrete members, *Magazine of Concrete Research* 56(10): 575–584.
- Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Bacinskas, D.; Vainiunas, P. 2009. Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members, *Engineering Structures* 31(6): 1305–1312.
- Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2011. Eliminating shrinkage effect from moment-curvature and tension-stiffening relationships of reinforced concrete members, *ASCE Journal of Structural Engineering* (in press).
- Maekawa, K.; Pimanmas, A.; Okamura, H. 2004. *Nonlinear mechanics of reinforced concrete*, London; New York (N.Y.): Spon Press. 721p.
- MCPRC (Ministry of Construction of the People's Republic of China), 2004. Code for Design of Concrete Structures GB 50010-2002. Beijing, China. Architecture & Building Press.
- Popovics, S. A. 1970. Review of Stress-Strain Relationships for Concrete, *ACI Journal Proceedings* 67(3): 243–248.
- Stramandinoli, R. S. B.; Rovere, H. L. L. 2008. An Efficient Tension-Stiffening Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members, *Engineering Structures* 30(7): 2069–2080.
- Wu, H. Q.; Gilbert, R. I. 2009. Modeling short-term tension stiffening in reinforced concrete prisms using a continuum-based finite element model, *Engineering Structures* 31(10): 2380–2391.

TENSION-STIFFENING RELATIONSHIP BASED ON THE PROVISIONS OF CHINESE DESIGN CODE GB 50010-2002

R. Jakubovskis, E. Gudonis

Abstract

Present research aims at deriving a tension-stiffening relationship in accordance with the provisions of the Chinese design code GB 50010-2002. Based on the inverse technique, the tension-stiffening constitutive laws were derived from moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams calculated by GB 50010-2002. The obtained tension-stiffening law was applied in the numerical study using the nonlinear finite element software ATENA and layer section model. The curvatures by the numerical methods and the code were in good agreement.

Keywords: reinforced concrete, tension-stiffening, material model, finite element analysis.