
D priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos



Average stress-average strain tension-stiffening relationships based on provisions of design codes^{*}

Gintaris KAKLAUSKAS¹, Viktor GRIBNIAK^{1,2}, Rokas GIRDZIUS¹

(¹Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius 10223, Lithuania)

(²Department of Strength of Materials, Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius 10223, Lithuania)

E-mail: Gintaris.Kaklauskas@vgtu.lt; Viktor.Gribniak@vgtu.lt; rolg@yahoo.com

Received Feb. 7, 2011; Revision accepted June 28, 2011; Crosschecked Aug. 30, 2011

Abstract: This research was aimed at deriving average stress-average strain tension-stiffening relationships in accordance with the provisions of design codes for reinforced concrete (RC) members. Using a proposed inverse technique, the tension-stiffening relationships were derived from moment-curvature diagrams of RC beams calculated by different code methods, namely Eurocode 2, ACI 318, and the Chinese standard GB 50010-2002. The derived tension-stiffening laws were applied in a numerical study using the nonlinear finite element software ATENA. The curvatures calculated by ATENA and the code methods were in good agreement.

Key words: Reinforced concrete (RC), Code technique, Tension-stiffening, Numerical modeling

doi:10.1631/jzus.A1100029

Document code: A

CLC number: TU31

1 Introduction

Worldwide, the strength analysis of reinforced concrete (RC) members subjected to bending moment is based on a unified approach. In contrast, for cracking and stiffness analysis, the design codes of different countries use various approaches and models, often resulting in conflicting predictions (Kaklauskas, 2004; Borosnyói and Balázs, 2005; Juozaipaitis *et al.*, 2010).

The main disadvantage of the design code methods is their limited application regarding the structural shape and the loading cases. An alternative to these methods is numerical techniques. These techniques can evaluate irregular geometrical shapes of structures and specific loading conditions and nonlinear properties of materials (Wu and Gilbert,

2009; Gribniak *et al.*, 2010a; 2010b; Wang *et al.*, 2010). But results of numerical analysis have become dependent on the applied material models. In serviceability problems, modeling of reinforcing steel and concrete in compression is simple. No significant difference was observed in deflection predictions of RC beams assuming alternative constitutive laws for concrete in compression (Stramandinoli and Rovere, 2008). However, modeling the behavior of cracked tensile concrete is a much more complicated issue. Due to bonding with reinforcement, the concrete between cracks adheres to the reinforcement bars and contributes to the overall stiffness of the structure. This phenomenon, called tension-stiffening, has a significant influence on the numerical results of short-term deformation analysis. In the present study, the behavior of an RC member is modeled by a stress-strain tension-stiffening relationship assumed to be uniform over the tension area of concrete. Stress in the concrete is taken as the combined stress due to tension-stiffening and tension-softening, collectively called tension-stiffening. A number of stress-strain

^{*}Project supported by the Research Council of Lithuania (No. MIP-126/2010), and the "Postdoctoral Fellowship Implementation in Lithuania" within the framework of the EU Structural Funds
 © Zhejiang University and Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

tension-stiffening relationships have been proposed (Torres *et al.*, 2004; Stramandinoli and Rovere, 2008; Dede and Ayvaz, 2009; Wu and Gilbert, 2009; Ng *et al.*, 2010; Bacinskas *et al.*, 2011). Note that most tension-stiffening relationships were derived using experimental data on the tension (Hsu, 1993; Fields and Bischoff, 2004) or shear (Vecchio and Collins, 1986; Collins and Mitchell, 1991) of RC members. However, application of such laws in bending members may not be justified and frequently results in inaccurate deformation predictions. Kaklauskas and Ghaboussi (2001) proposed an alternative approach for deriving tension-stiffening relationships from test data (moment-curvature diagrams) of flexural RC members.

The present study aimed to derive average stress-average strain tension-stiffening relationships conforming to deformation analysis of RC beams using well-known design codes. The European (CEN, 2004), American (ACI Committee 318, 2008), and Chinese (MCPRC, 2004) design code techniques were considered. Using the algorithm proposed by Kaklauskas and Ghaboussi (2001) and modified by Kaklauskas and Gribniak (2011), the tension-stiffening relationships were derived from the moment-curvature diagrams of RC beams calculated by the codes. The obtained stress-strain relationships, as the material models for tensile concrete, were applied in curvature analysis using the nonlinear finite element software ATENA.

2 Solution of the inverse problem

Our investigation was aimed at deriving tension-stiffening models using an inverse technique. The models obtained allow the simulation of the same

moment-curvature responses as predicted by the code methods. This section sketches a solution of the inverse problem, discussing major aspects only. The inverse procedure uses a simple iterative technique of deformation analysis of composite members based on the layer section model and material diagrams (Kaklauskas, 2004). The following assumptions have been adopted: (1) average strain hypothesis, also called the smeared crack concept; (2) linear strain distribution within the depth of the section; (3) perfect bonding between layers.

Let us consider a doubly RC member subjected to pure bending. A cross-section for such a member is shown in Fig. 1a. b and h are the width and height of the section, respectively; A_{s1} and A_{s2} are the areas of tensile and compressive reinforcements, respectively; d is the effective depth; a_{s2} is the distance from the compressive edge of the section to the centroid of the compressive reinforcement. The cross-section is divided into n horizontal layers of thickness t_i corresponding to either concrete or reinforcement. Thickness of the reinforcement layer t_{s1} (Fig. 1b) is taken from the condition of the equivalent area. The analysis needs to assume stress-strain (σ - ϵ) material laws for the reinforcement and the concrete in compression and in tension (Fig. 1c). σ_{s1} and σ_{s2} are the stresses in tensile and compressive reinforcements, respectively. Curvature κ and strain ϵ_i at any layer i (Fig. 1d) can be calculated by

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{M_{\text{ext}}}{IE}, \quad \epsilon_i = \frac{M_{\text{ext}}}{IE} (y_i - y_c), \quad y_c = \frac{SE}{AE}, \\ AE &= \sum_{i=1}^n b_i t_i E_{i,\text{sec}}, \quad SE = \sum_{i=1}^n b_i t_i y_i E_{i,\text{sec}}, \\ IE &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{b_i t_i^3}{12} + b_i t_i (y_i - y_c)^2 \right] E_{i,\text{sec}},\end{aligned}\quad (1)$$

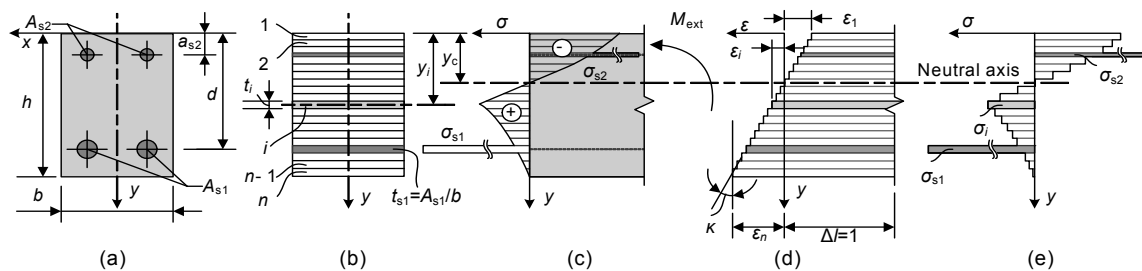


Fig. 1 Layer section model

(a) Reinforced concrete section; (b) Layered section; (c) Stress distribution across the section; (d) and (e) Strain and stress distributions in layered section

where M_{ext} is the external bending moment; y_c and y_i are the centroid coordinates of the section and the i th layer, respectively; b_i and t_i are the width and height (thickness) of the i th layer, respectively; AE , SE , and IE are the area, the first and the second moments of the area, respectively, multiplied by the secant modulus $E_{i,\text{sec}}$.

For the given strains ε_i and the assumed constitutive laws (Figs. 1d and 1c), the stresses and corresponding secant modulus are calculated. In Fig. 1d, Δl represents the unit length of the member. The analysis is performed iteratively until convergence of the secant modulus at each layer is reached. Figs. 1d and 1e illustrate the strain and the stress distributions respectively, within the layer section model performing direct deformation analysis.

Unlike the direct analysis, which results in prediction of structural response using a specified constitutive model, the inverse analysis aims to determine parameters of the model based on the response of the structure. In the present study, the inverse problem is solved iteratively with incrementally increasing bending moment, using the tension-stiffening law obtained at previous loading stages.

Fig. 2 shows a flow chart of the inverse technique. Based on geometrical parameters of the cross-section, the layer section model is composed. Stress-strain material laws for steel and compressive concrete are assumed. As noted, computations are performed itera-

tively for an incrementally increasing bending moment from the initial M_1 to the maximum M_{max} values.

At each moment increment M_i , an initial value of the secant deformation modulus of stress-strain relationship under derivation is assumed to be equal to zero ($E_{i,0}=0$). The curvature $\kappa_{\text{calc},i}$ is calculated by the direct procedure. If the agreement between the calculated curvature and the experimental curvature $\kappa_{\text{obs},i}$ is not within the assumed tolerance Δ , i.e., Condition 1 is not fulfilled (Fig. 2), the analysis is repeated using the hybrid Newton-Raphson and bisection procedure (Gribniak, 2009) until Condition 2 is satisfied. At each iteration k , the secant deformation modulus $E_{i,k}$ is determined as the ratio of the obtained stress $\sigma_{n,i}$ and strain $\varepsilon_{n,i}$ in the n th layer. If the solution is found, i.e., Condition 1 is satisfied, the obtained value of $E_{i,k}$ is fixed and used for the next load increments. If the limit iteration number is exceeded ($k > N=30$), the calculated $E_{i,30}$ is rejected, meaning that the secant deformation modulus E_i is not defined at the moment increment i , and the analysis moves to the next load step. The calculation is terminated when the ultimate loading step is reached (Condition 3). The analysis results in the derived tension-stiffening relationship. Note that the assumed number of layers n might have an influence on the calculation results. The recommended number, $n=200$ (Gribniak, 2009), most effectively secures the computational efficiency in terms of convergence and accuracy.

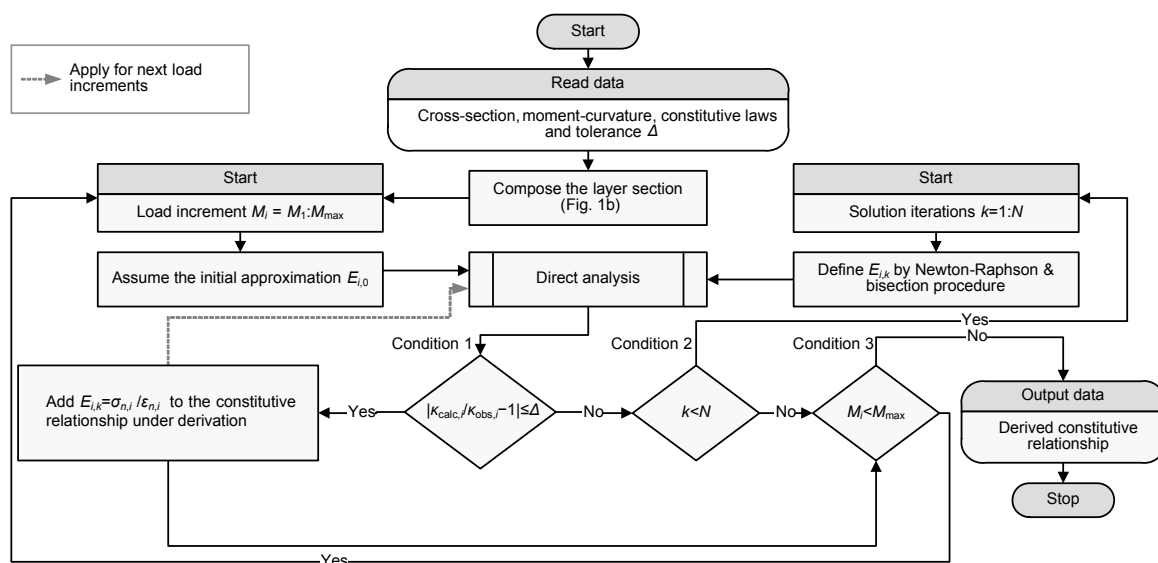


Fig. 2 Flow chart for solving the inverse problem

3 Tension-stiffening analysis

The tension-stiffening analysis was carried out for the rectangular RC section shown in Fig. 1a, assuming $h=400$ mm, $b=200$ mm, $d=370$ mm, and $a_{s2}=30$ mm. The inverse technique was applied for deriving the stress-strain relationships using the moment-curvature diagrams calculated by the Eurocode 2 (CEN, 2004), the ACI 318 code (ACI Committee 318, 2008) and the Chinese code GB 50010-2002 (MCPRC, 2004). These diagrams were calculated for a number of RC sections having a uniform grade of concrete C30/37 (C47.5 according to the Chinese code), a modulus of elasticity of steel $E_s=200$ GPa and a variable amount of tensile reinforcement: $p=A_{s1}/(b \cdot d)=0.3\%$, 0.6% , 1.0% , and 2.0% . The ratio of the area of the compressive reinforcement A_{s2} and the tensile reinforcement A_{s1} was taken to be 0.25.

The calculated moment-curvature diagrams are shown in Fig. 3a by grey solid lines, whereas Fig. 3b shows the derived tension-stiffening relations. The obtained relations may be approximated by three lines: linear ascending, sudden linear drop, and a descending branch. The latter was practically linear for the ACI 318 and GB 50010-2002 codes and curved for

the Eurocode 2. Other differences between the obtained stress-strain diagrams were as follows:

1. The tension-stiffening effect expressed in terms of the ultimate strain was far more pronounced in the lightly reinforced members. Note that different scales were applied for strain in Fig. 3b.

2. Differences in the tension-stiffening diagrams obtained for different codes were most significant for the lightly reinforced members ($p=0.3\%$). The relations of the Eurocode 2 and the ACI 318 code were particularly contrasting. With an increase in reinforcement ratio, the tension-stiffening diagrams approached each other. Due to the sensitivity of the inverse technique (Kaklauskas and Gribniak, 2011), some of the diagrams had oscillations.

3. For the ACI 318 code, the maximum stresses were found to be dependent on the reinforcement ratio p . Reduction in the maximum stresses with increasing p could possibly be due to indirect evaluation of the restrained shrinkage effect on the cracking resistance (Kaklauskas et al., 2009; Kaklauskas and Gribniak, 2011).

Fig. 4 gives a few well-known tension-stiffening laws along with the relationships derived from the GB 50010-2002 code. Note that most of the relationships,

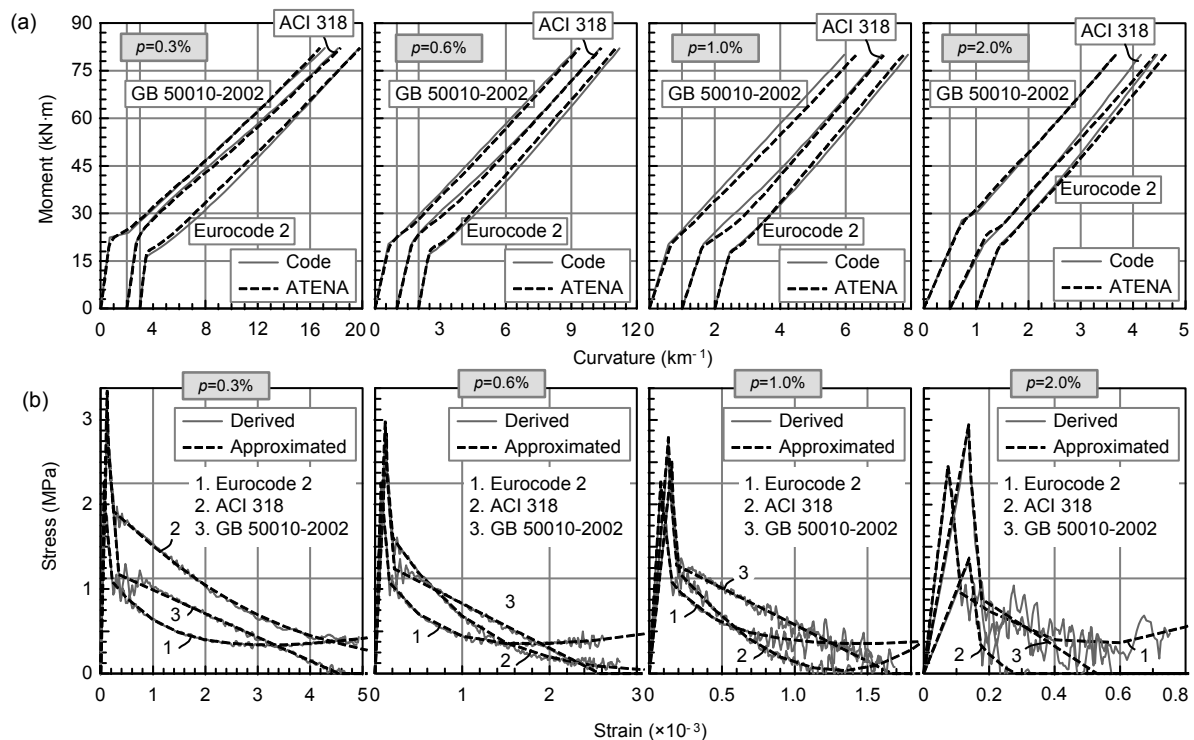


Fig. 3 Moment-curvature diagrams (a) and the obtained tension-stiffening relationships (b)

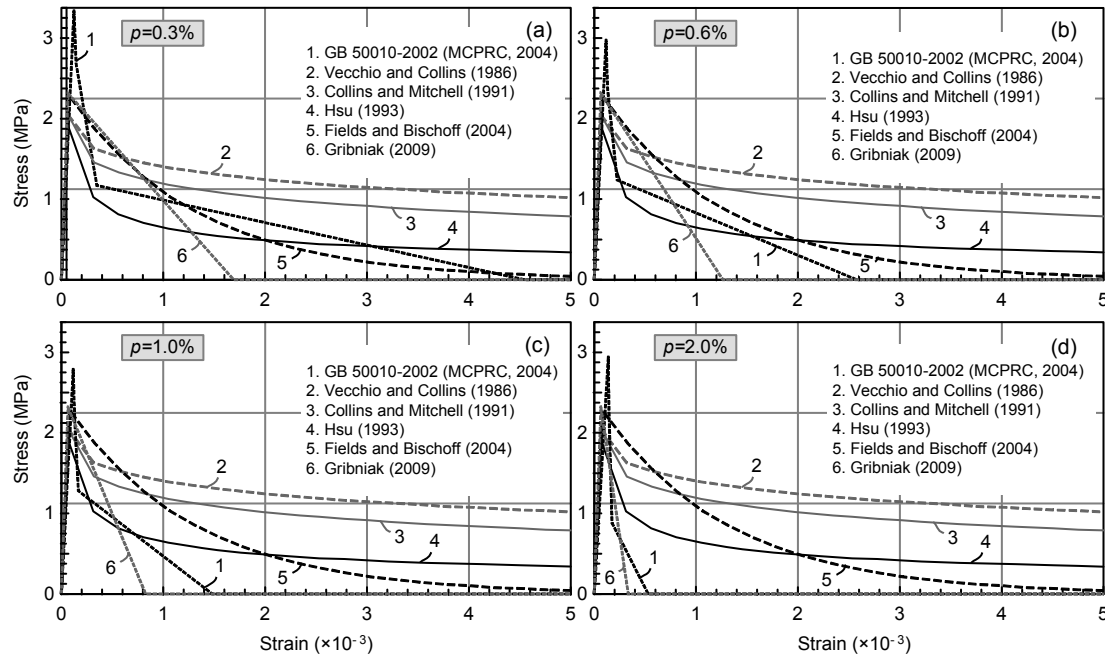


Fig. 4 Tension-stiffening relationships for different reinforcement ratios

(a) $p=0.3\%$; (b) $p=0.6\%$; (c) $p=1.0\%$; (d) $p=2.0\%$

except 1 and 6, were independent of the reinforcement ratio. The ultimate strain of the simple linear tension-stiffening relationship 6 was derived by Kaklauskas and Ghaboussi (2001) from test data of flexural RC members:

$$\varepsilon_{ct,ult} = \varepsilon_{cr} \times \begin{cases} 32.8 - 27.6p + 7.12p^2, & p < 2\%, \\ 5, & p \geq 2\%, \end{cases} \quad (2)$$

where ε_{cr} represents the cracking strain of the tensile concrete. Note that the ultimate strain from Eq. (2) follows the tendency of reducing tension-stiffening with increasing reinforcement ratio (Fig. 3).

Applicability of the derived tension-stiffening relationships for deformation analysis of RC beams was verified using the commercial finite element (FE) software ATENA. Performing non-linear curvature analysis, the obtained stress-strain diagrams were approximated as shown in Fig. 3b and introduced into ATENA as the constitutive laws for tensile concrete. Isoparametric quadrilateral finite elements (15 mm in size) with 8 degrees of freedom and four integration points were used for modeling of the beams. The tension-stiffening effect is included in the FE model through the interaction of reinforcement and concrete between cracks using the principles of fracture

mechanics (the crack band model). This requires the characteristic length l_{ch} of the crack localization zone to be specified (Gribniak *et al.*, 2010a; 2010b). In this study, l_{ch} was assumed to be 50 mm. The modeled responses of RC beams are shown in Fig. 3a by dashed lines.

In general, good agreement was obtained between the curvatures predicted by ATENA and the codes. Some differences could be due to approximation errors and shear effects which were neglected in the code techniques.

4 Conclusions

In the present study, based on an inverse technique proposed by the authors, average stress-average strain tension-stiffening relationships conforming to well-known design codes were derived. The tension-stiffening laws were derived using the moment-curvature diagrams of RC beams predicted by European, American, and Chinese codes. Significant differences were obvious in the tension-stiffening diagrams representing different codes and reinforcement ratios. Unlike earlier proposed tension-stiffening laws, the shapes of the stress-strain diagrams obtained were

strongly dependent on the tensile reinforcement ratio. The tension-stiffening effect was far more pronounced in members with small reinforcement ratios, particularly in the case of the American code.

The obtained relationships were applied in a numerical study, using the nonlinear finite element software ATENA. Good agreement between the curvatures predicted by ATENA and the codes showed the validity of the proposed approach.

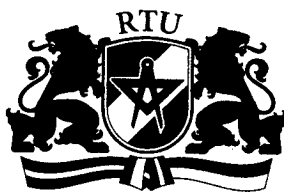
References

- ACI Committee 318, 2008. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- Bacinskas, D., Kaklauskas, G., Gribniak, V., Sung, W.P., Shih, M.H., 2011. Layer model for long-term deflection analysis of cracked reinforced concrete bending members. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, in press. [doi:10.1007/s11043-011-9138-9]
- Borosnyói, A., Balázs, G.L., 2005. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete*, **6**(2):53-62. [doi:10.1680/stco.2005.6.2.53]
- CEN (Comité Européen de Normalisation), 2004. Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1992-1-1:2004). CEN, Brussels.
- Collins, M.P., Mitchell, D., 1991. Prestressed Concrete Structures. Prentice-Hall Inc., New York.
- Dede, T., Ayvaz, Y., 2009. Nonlinear analysis of reinforced concrete beam with/without tension stiffening effect. *Materials and Design*, **30**(9):3846-3851. [doi:10.1016/j.matdes.2009.02.003]
- Fields, K., Bischoff, P.H., 2004. Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members. *ACI Structural Journal*, **101**(4):447-456.
- Gribniak, V., 2009. Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures. PhD Thesis, Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius. Available from <http://www.dart-europe.eu/full.php?id=182160>
- Gribniak, V., Kaklauskas, G., Idnurm, S., Bacinskas, D., 2010a. Finite element mesh size effect on deformation predictions of reinforced concrete bridge girder. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, **5**(1):19-27. [doi:10.3846/bjrbe.2010.03]
- Gribniak, V., Kaklauskas, G., Cygas, D., Bacinskas, D., Kupliauskas, R., Sokolov, A., 2010b. Investigation of concrete cracking effect in deck slab of continuous bridges. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, **5**(2):83-88. [doi:10.3846/bjrbe.2010.12]
- Hsu, T.C.T., 1993. Unified Theory of Reinforced Concrete. CRC Press Inc., Boca Raton, Florida.
- Juozaipaitis, A., Idnurm, S., Kaklauskas, G., Idnurm, J., Gribniak, V., 2010. Non-linear analysis of suspension bridges with flexible and rigid cables. *Journal of Civil Engineering and Management*, **16**(1):149-154. [doi:10.3846/jcem.2010.14]
- Kaklauskas, G., 2004. Flexural layered deformational model of reinforced concrete members. *Magazine of Concrete Research*, **56**(10):575-584. [doi:10.1680/macr.2004.56.10.575]
- Kaklauskas, G., Ghaboussi, J., 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests. *Journal of Structural Engineering ASCE*, **127**(1):64-73. [doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:1(64)]
- Kaklauskas, G., Gribniak, V., 2011. Eliminating shrinkage effect from moment-curvature and tension-stiffening relationships of reinforced concrete members. *Journal of Structural Engineering*, in press. [doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000395]
- Kaklauskas, G., Gribniak, V., Bacinskas, D., Vainiunas, P., 2009. Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members. *Engineering Structures*, **31**(6):1305-1312. [doi:10.1016/j.engstruct.2008.10.007]
- MCPRC (Ministry of Construction of the People's Republic of China), 2004. Code for Design of Concrete Structures, GB 50010-2002. Architecture & Building Press, Beijing, China.
- Ng, P.L., Lam, J.Y.K., Kwan, A.K.H., 2010. Tension stiffening in concrete beams. Part 1: FE analysis. *Proceedings of the ICE-Structures and Buildings*, **163**(1):19-28. [doi:10.1680/stbu.2009.163.1.19]
- Stramandinoli, R.S.B., Rovere, H.L.L., 2008. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. *Engineering Structures*, **30**(7):2069-2080. [doi:10.1016/j.engstruct.2007.12.022]
- Torres, L., Lopez-Almansa, F., Bozzo, L.M., 2004. Tension-stiffening model for cracked flexural concrete members. *Journal of Structural Engineering*, **130**(8):1242-1251. [doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1242)]
- Vecchio, F.J., Collins, M.P., 1986. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Structural Journal*, **83**(6):925-933.
- Wang, J.Y., Sakashita, M., Kono, S., Tanaka, H., Lou, W.J., 2010. Behavior of reinforced concrete structural walls with various opening locations: experiments and macro model. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, **11**(3):202-211. [doi:10.1631/jzus.A0900400]
- Wu, H.Q., Gilbert, R.I., 2009. Modeling short-term tension stiffening in reinforced concrete prisms using a continuum-based finite element model. *Engineering Structures*, **31**(10):2380-2391. [doi:10.1016/j.engstruct.2009.05.012]

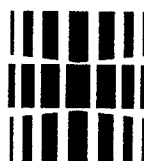
ISSN 1822-427X print
ISSN 1822-4288 online



Vilnius Gediminas
Technical University



Riga Technical
University



TTÜ1918
Tallinn University
of Technology



Baltic Road
Association

The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering

2008
3(2)

Editor-in-Chief Donatas ČYGAS



Vilnius TECHNICA 2008

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief

Prof. Dr *Donatas ČYGAS*
Vilnius Gediminas Technical University
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

Editors

Prof. Dr *Alfredas LAURINAVIČIUS*
Vilnius Gediminas Technical
University, Saulėtekio al. 11,
LT-10223 Vilnius, Lithuania

Assoc. Prof. Dr *Ainars PAEGLITIS*
Riga Technical University
Azenes str. 20,
LV-1048 Riga, Latvia

Prof. Dr *Andrus AAVIK*
Tallinn University of Technology
Ehitajate tee 5,
19086 Tallinn, Estonia

Managing Editor

Prof. Dr *Daiva ŽILIONIENĖ*
Vilnius Gediminas Technical University
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Assoc. Prof. Dr *Dago Antov*,
Tallinn University of Technology, Ehitajate tee 5,
19086 Tallinn, Estonia

Dr *Halil Ceylan*,
Center for Transportation Research and Education (CTRE),
482B Town Engineering Bldg., Iowa State University, Ames,
IA 50011-3232, USA

Assoc. Prof. Dr *Julius Christauskas*,
Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

Dr *Mindaugas Dimaitis*,
State Enterprise "Transport and Road Research Institute",
I. Kanto 25, box number 2082, LT-44009 Kaunas, Lithuania

Dr *Arvydas Domatas*,
State Enterprise "Transport and Road Research Institute",
I. Kanto g. 25, box number 2082, LT-44009 Kaunas, Lithuania

Prof. Dr *Alfredo Garcia Garcia*,
Polytechnic University of Valencia, Camino de Vera,
s/n; 46071-Valencia, Spain

Dr *Inge Hoff*,
Research Institute „SINTEF“, Hogskoleringen 7,
7465 Trondheim, Norway

Prof. Dr *Sigfried Huschek*,
Berlin Technical University, Gustav-Meyer-Allee 25
Sekretariat: TIB 3 / 2-2, 13355 Berlin, Germany

Prof. Dr *Siim Idnurm*,
Tallinn University of Technology, Ehitajate tee 5,
19086 Tallinn, Estonia

Prof. Dr *Jozef Judycki*,
Technical University of Gdansk, 11/12 Narutowicza St.,
80-952 Gdansk, Poland

Prof. Dr Habil *Gintaris Kaklauskas*,
Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

Dr *John Mungai Kinuthia*,
School of Technology, Division of Civil Engineering,
University of Glamorgan, Pontypridd CF37 1 DL, UK

Prof. Dr Habil *Ivan Leonovich*,
Byelorussian State Technical University,
Pr. Niezavisimosti 65, 220027 Minsk, Byelorussia

Assoc. Prof. Dr *Dainius Miškinis*,
The Lithuanian Road Administration under the Ministry of Trans-
port and Communications of the Republic of Lithuania,
J. Basanavičiaus g. 36/2, LT-03109 Vilnius, Lithuania

Prof. Dr *Juris R. Naudžuns*,
Riga Technical University, Azenes str. 20,
LV-1048 Riga, Latvia

Dr *Algis Pakalnis*,
State Enterprise "Transport and Road Research Institute",
I. Kanto g. 25, box number 2082, LT-44009 Kaunas, Lithuania

Assoc. Prof. Dr *Virgaudas Puodžiukas*,
The Lithuanian Road Administration under the Ministry of Trans-
port and Communications of the Republic of Lithuania,
J. Basanavičiaus g. 36/2, LT-03109 Vilnius, Lithuania

Prof. Dr Habil *Piotr Radziszewski*,
Białystok Technical University, ul. Wiejska 45A, room 27,
15-351 Białystok, Poland

Prof. Dr Habil *Valentin Siljanov*,
Moscow State Technical University, Leningradskij av. 64,
125319 Moscow, Russia

Prof. Dr *Juris Smirnovs*,
Riga Technical University, Azenes str. 20,
LV-1048 Riga, Latvia

Prof. Dr *Peep Sürje*,
Tallinn University of Technology, Ehitajate tee 5,
19086 Tallinn, Estonia

Prof. Dr Habil. *Dariusz Sybilski*,
Road and Bridge Research Institute, Jagiellonska str. 80,
Warszawa, Poland

Prof. Dr *Andars Varhelyi*,
Lund University, Box 118, SE-22100 Lund, Sweden

Assoc. Prof. Dr *Janis Varna*,
Riga Technical University, Azenes str. 20,
LV-1048 Riga, Latvia

Assoc. Prof. Dr *Atis Zarīns*,
Riga Technical University,
Kaļķu str. 1, LV-1658 Riga, Latvia

Prof. Dr Habil *Edmundas Kazimieras Zavadskas*,
Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11,
LT-10223 Vilnius, Lithuania

**THE JOURNAL IS DESIGNED FOR PUBLISHING PAPERS
CONCERNING THE FOLLOWING AREAS OF RESEARCH:**

- road and bridge research and design,
 - road construction materials and technologies,
 - bridge construction materials and technologies,
 - road and bridge repair,
 - road and bridge maintenance,
 - traffic safety,
 - road and bridge information technologies,
 - environmental issues,
 - road climatology,
 - low-volume roads,
 - normative documentation,
 - quality management and assurance,
 - road infrastructure and its assessment,
 - assets management,
 - road and bridge construction financing,
 - specialist pre-service and in-service training;
- besides, it publishes:
advertising materials,
reviews and bibliography,
reports on conferences and
workshops

The papers published in The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering are indexed/abstracted by:

• Thomson Scientific Science Citation Index Expanded (Web of Science)	Thomson Scientific www.isinet.com ; cientific.thomson.com
• INSPEC (Database of Institution of Engineering and Technology)	Database of Institution of Engineering and Technology www.theiet.org/publishing/inspec/
• EBSCO Publishing (Academic Search Complete)	EBSCO Publishing www.epnet.com ; search.epnet.com
• TRIS (Transportation Research Information Services)	Transportation Research Information Services (TRIS) Bibliographic Database ntlsearch.bts.gov/tris
• VINITI	Database of All-Russian Scientific and Technical Information Institute of Russian Academy of Sciences www.viniti.ru

All papers published in Journal "The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering" are reviewed by members of Editorial Board or by its appointed experts

EDITORIAL CORRESPONDENCE including manuscripts for submission should be addressed to

Prof Dr D. Čygas, Editor-in-Chief,
Assoc Prof Dr D. Žilionienė, Managing Editor
of "The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering",
Dept of Roads, Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.
Tel.: +370 5 274 5011, 274 4708;
Fax: +370 5 274 4731.
E-mail: daizil@ap.vgtu.lt

THE BALTIC JOURNAL OF ROAD AND BRIDGE ENGINEERING,

2008, vol. 3, no. 2

<http://www.bjrbe.vgtu.lt>

International Research Journal of Vilnius Gediminas Technical University,
Riga Technical University, Tallinn University of Technology,
Baltic Road Association



ISSN 1822-427X print

ISSN 1822-4288 online

The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, 2008, vol. 3, no. 2

Contents

The 7 th International Conference <i>Environmental Engineering</i>	49
Gintaris Kaklauskas, Rokas Girdžius, Darius Bačinskas, Aleksandr Sokolov Numerical deformation analysis of Bridge Concrete Girders	51
Vesna Dragčević, Željko Korlaet, Ivica Stančerić Methods for setting road vehicle movement trajectories	57
Christiane Raab, Manfred Norbert Partl Investigation into a long-term interlayer bonding of asphalt pavements	65
Lina Bertulienė, Alfredas Laurinavičius Research and evaluation of methods for determining deformation modulus of road subgrade and frost blanket course	71
Donatas Čygas, Alfredas Laurinavičius, Audrius Vaitkus, Zigmantas Perveneckas, Algirdas Motiejūnas Research of asphalt pavement structures on Lithuanian roads (I)	77
Sven-Olof Lundkvist, Ulf Isacsson Condition assessment of road equipment – State-of-the-art	84
Vilimas Gintalas, Daiva Žilionienė, Mindaugas Dimaitis, Darius Lukošaitis, Kristina Lipnevičiūtė, Jūratė Vitkienė Analysis of design solutions in the objects of gravel roads paving programme in terms of traffic safety	93
Dzianis Kapski, Ivan Leonovich, Kornelija Ratkevičiūtė, Dainius Miškinis Implementation of experimental research in road traffic: theory and practice	101
Reviews	109
ABSTRACTS IN LITHUANIAN	I a
ABSTRACTS IN LATVIAN	II a
ABSTRACTS IN ESTONIAN	III a

The papers published in The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering
are indexed/abstracted by:

- Thomson Scientific Science Citation Index Expanded (Web of Science),
- INSPEC (Database of Institution of Engineering and Technology),
- EBSCO Publishing (Academic Search Complete),
- TRIS (Transportation Research Information Services),
- VINITI (All-Russian Scientific and Technical Information Institute of
Russian Academy of Sciences).



NUMERICAL DEFORMATION ANALYSIS OF BRIDGE CONCRETE GIRDERS

Gintaris Kaklauskas¹, Rokas Girdžius², Darius Bačinskas³, Aleksandr Sokolov⁴

*Dept of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania*

E-mails: ¹Gintaris.Kaklauskas@st.vgtu.lt; ²Bridge@st.vgtu.lt; ³Darius.Bacinskas@st.vgtu.lt;

⁴Aleksandr.Sokolov@st.vgtu.lt.

Abstract. Present research was aiming at deriving tension stiffening relationship based on EC2 provisions for deformation analysis of bending RC structures. According to the algorithm proposed by the first author, a tension stiffening relationships were derived from moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams calculated according to EC2 technique. The obtained tension stiffening relationship was applied in the parametric study, using non-linear finite element software ATENA and *layered* model. Theoretical results were compared with experimental data of beams reported in the literature. The defined tension stiffening relationship was also applied for calculation of moment-curvature response of reinforced concrete bridge girder. The analyses have shown that the deformations calculated using the derived tension stiffening relationship and the EC2 technique were in good agreement.

Keywords: reinforced concrete, bridge, cracking, tension stiffening, curvature, numerical modelling.

1. Introduction

In many countries, the design of reinforced concrete bridge structures is based on limit state method. The concrete bridge girder or another bridge element has to be designed to satisfy the requirements of ultimate and serviceability limit states. The longitudinal reinforcement of reinforced concrete flexural member is defined according to the strength, cracking and stiffness requirements. In various design code methods, strength analysis of reinforced concrete flexural member is based on similar approaches.

On the contrary, cracking and stiffness techniques of various design codes are based on different assumptions and approaches (Borosnyói, Balázs 2005; Kaklauskas 2001; CEN 2004). The results obtained using different design code methods can vary several times (Borosnyói, Balázs 2005). Main disadvantage of design code methods is their limited application for simple cases of structural shape and loading.

Another alternative for structural engineers is using finite element methods. This method can evaluate irregular geometrical shape of the structure, specific loading conditions and non-linear properties of the materials (Zergua, Naimi 2006). Results of analysis significantly depend on constitutive models of concrete and reinforcing steel. Modelling the reinforcing steel behaviour is simple. For concrete in compression, many models were proposed (Popovics 1970). However, modelling of behaviour of cracked tensile concrete is a complicated issue. Due to bond with reinforcement,

the cracked concrete between cracks carries a certain amount of tensile force normal to the cracked plane. The concrete adheres to reinforcement bars and contributes to overall stiffness of the structure. The phenomenon, called *tension stiffening*, has significant influence on the results of short-term deformational analysis. An accurate assessment of the tension stiffening effect is of primary importance in the cases of lightly reinforced concrete members (Gilbert 2007), concrete members internally reinforced by FRP bars (Mota *et al.* 2006) or externally reinforced by FRP laminates (Valivonis, Skuturna 2007).

Based on a variety of assumptions, many constitutive models for cracked concrete in tension have been proposed for case of short-term loading (Kaklauskas, Ghaboussi 2001; Torres *et al.* 2004; Nayal, Rasheed 2006; Kaklauskas *et al.* 2007). Model proposed by Kaklauskas and Ghaboussi (2001) was applied in the layered deformational approach called the *flexural* model (Kaklauskas 2004). Subsequently, this model was used by Juozapaitis *et al.* (2006) for the analysis of behaviour of suspension pedestrian bridge structure. Interaction of concrete and reinforcement in RC bridge decks subjected to monotonic loading history was also studied by Muttoni and Ruiz (2007).

It should be noted that shrinkage has a significant effect on cracking of reinforced concrete members (Bischoff and Johnson 2007). State-of-art review of shrinkage effect on deformations of reinforced concrete bridge elements is present-

ed by Gribniak *et al.* (2007). The shrinkage effect on cracking moment is given in reference (Gribniak *et al.* 2008).

The proposed tension stiffening relationships were derived from tension, shear or bending tests of reinforced concrete members. However, there was no tension stiffening relationship proposed which would conform to the deformation analysis by EC2 code technique. Therefore, structural engineers cannot perform the FE analysis based on design code principles.

In this research, stress-strain relationships for cracked tensile concrete which satisfies EC2 provisions (CEN 2004) have been derived. According to the algorithm proposed by Kaklauskas and Ghaboussi (2001), a tension stiffening relationship has been derived from moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams, calculated according to EC2 technique. The obtained tension stiffening relationship was applied in the numerical experiment, using non-linear finite element software ATENA and *layered* model (Kaklauskas 2004). Theoretical results were compared with experimental data of beams reported in the literature (Clark, Speirs 1978). The defined tension stiffening relationship was also applied for calculating the moment-curvature response of reinforced concrete bridge girder.

2. Moment-curvature behaviour according to Eurocode 2

Based on Eurocode 2 method, a reinforced concrete bending member is divided into two regions: region I, uncracked, and region II, fully cracked (Fig. 1). In region I, both the concrete and steel behave elastically, whereas in region II the reinforcing steel carries all the tensile force on the member after cracking.

The average strain of cracked reinforced concrete member can be expressed as:

$$\varepsilon_m = (1 - \zeta)\varepsilon_{s1} + \zeta\varepsilon_{s2}, \quad (1)$$

where ε_{s1} and ε_{s2} are the strains in region I, uncracked state, and region II, fully cracked state, respectively; ζ is distribution coefficient, calculated using the equation:

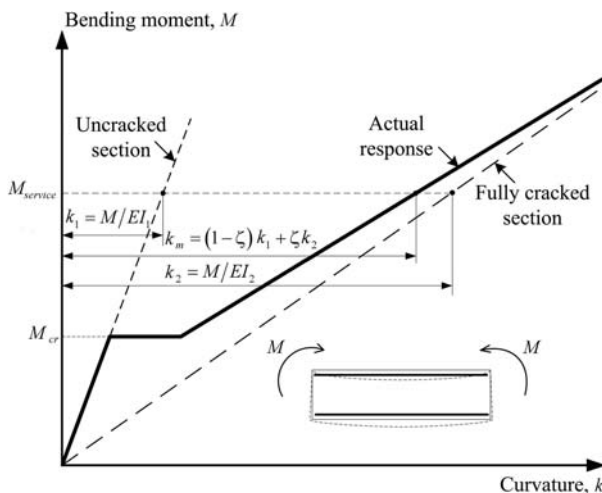


Fig. 1. Moment-curvature relationship according to the Eurocode 2

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2, \quad (2)$$

where σ_{sr} and σ_{s2} are the stresses in the tensile steel, calculated on the basis of a fully cracked section under the cracking load M_{cr} and the load considered M , respectively.

Curvature of uncracked and cracked cross-section of RC member is calculated using classical formulae of strength of materials, taking into account stiffness of uncracked and fully cracked cross-section respectively:

$$k_{1(2)} = \frac{M}{E_c I_{1(2)}}, \quad (3)$$

where k_1 and k_2 are the curvatures in uncracked and fully cracked state, respectively; I_1 and I_2 are the moment of inertia of uncracked and fully cracked states respectively; E_c is modulus of elasticity of concrete.

Average curvature of reinforced concrete member (Fig. 1) can be expressed as:

$$k_m = (1 - \zeta)k_1 + \zeta k_2. \quad (4)$$

Cracking moment of reinforced concrete flexural member is written as:

$$M_{cr} = f_{ct} W_1, \quad (5)$$

where f_{ct} is concrete tensile strength; W_1 is section modulus in region I.

3. Method for deriving $\sigma_t - \varepsilon_t$ relationships

Tension stiffening relationships most often are defined from tension or shear tests. Kaklauskas and Ghaboussi (2001) have proposed a method for determining average stress-average strain relations for concrete in tension from experimental moment-strain (curvature) diagrams of RC beams.

Curvature of reinforced concrete bending member can be determined from strains for two different fibres:

$$k = \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_c)}{h} = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_c)}{d}, \quad (6)$$

where ε_c and ε_t are average strains at extreme concrete fibre in compression and tension respectively; ε_s is average tensile reinforcement strain; h and d are the overall depth and effective depth of the cross-section, respectively.

The location of the neutral axis can be defined by

$$y_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t - \varepsilon_c} h = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s - \varepsilon_c} d, \quad (7)$$

and from strain compatibility considerations, the strain at any fibre can be expressed as:

$$\varepsilon_i = k y_i, \quad (8)$$

where y_i is the distance of the fibre from the zero strain surface.

From equilibrium

$$F_{cc} + F_{sc} + F_{ct} + F_{st} = 0, \quad (9)$$

$$M_{cc} + M_{sc} + M_{ct} + M_{st} - M_0 = 0, \quad (10)$$

where F are internal forces, M are internal moments with respect to the neutral axis, and M_0 is the external bending moment. The first subscript corresponds to either c for concrete or s for steel and the second subscript refers to compression (c) and tension (t).

Consider a case when $M - k$ relationships are available. Then, the position of the neutral axis and average strains at any fibre for all loading stages can be determined from Eqs (5)–(7). Two equilibrium equations (8) and (9) can be solved for any loading stage yielding a solution for two unknowns.

Layered model (Kaklauskas 2004) was employed for computation of internal forces in the cross-section. Computation is performed for incrementally increasing load. During the first load stage, tensile and compressive concrete stresses corresponding to the strains in the extreme fibres are computed. These stresses are then used in the equilibrium equations for the second load stage, when new stresses corresponding to larger extreme fibre strains are determined. In this way, stress-strain curves for the tensile and compressive concrete are progressively obtained from all previous stages and used in the next stage.

In this research, the above technique was applied for deriving $\sigma_t - \epsilon_t$ relationships from $M - k$ diagrams calculated by EC2. For that purpose, a numerical experiment has been carried out. The moment-curvature diagrams were generated for a number of reinforced concrete beams according to EC2 technique. These moment-curvature diagrams were used for determining stress-strain relationships of cracked tensile concrete. The latter were applied to a non-linear calculation using finite element software ATENA and *layered model*. Similar analysis for tension reinforced concrete members was performed by Girdžius *et al.* (2007).

4. Parametric analysis

Parametric analysis has been carried out for a bending reinforced concrete section shown in Fig. 2. Variation in reinforcement ratio ($p = A_s/bd = 0,2; \dots 2,0\%$), concrete grade (C20/25, C30/37 and C35/45) and effective depth ($d = 0,3; 0,325; 0,35; 0,37; 0,39$ m) has been assumed. The ratio of the area of compressive and tensile reinforcement, A_{s2} / A_{s1} , was taken to be 0,25.

In present investigation, influence of variation of the above parameters on curvatures of RC beams has been

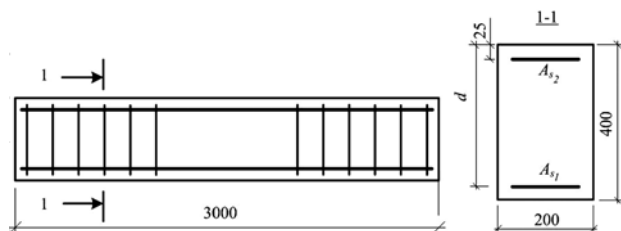


Fig. 2. Details of the beams

analysed. Moment-curvature diagrams for varying values of reinforcement ratio, compressive strength and effective depth are presented in Figs 3–5. It can be concluded that short-term curvatures are mostly influenced by the reinforcement ratio and effective depth.

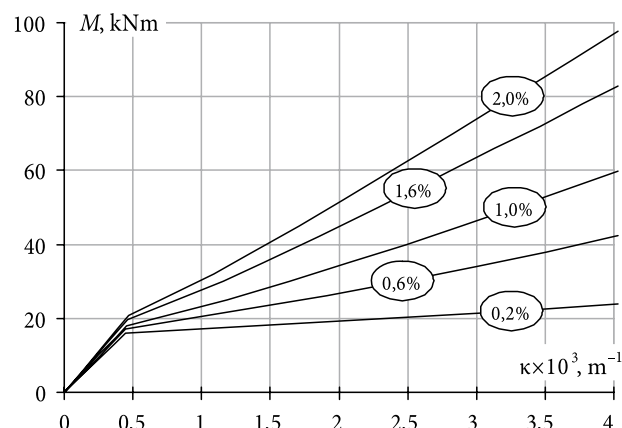


Fig. 3. Moment-curvature diagrams for ranging reinforcement ratio. Grade of concrete C30/37

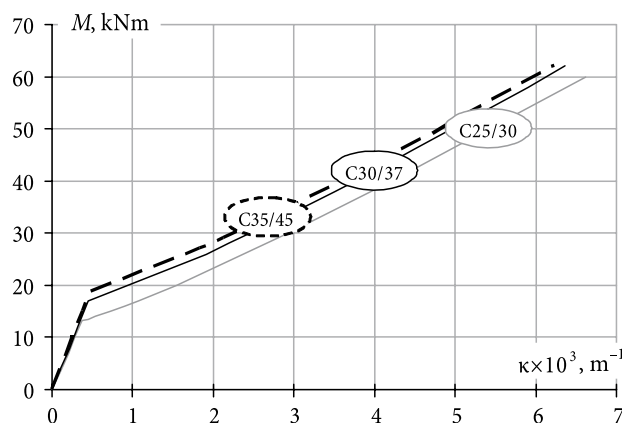


Fig. 4. Moment-curvature diagrams for ranging grade of concrete. Reinforcement ratio $p = 0,6\%$

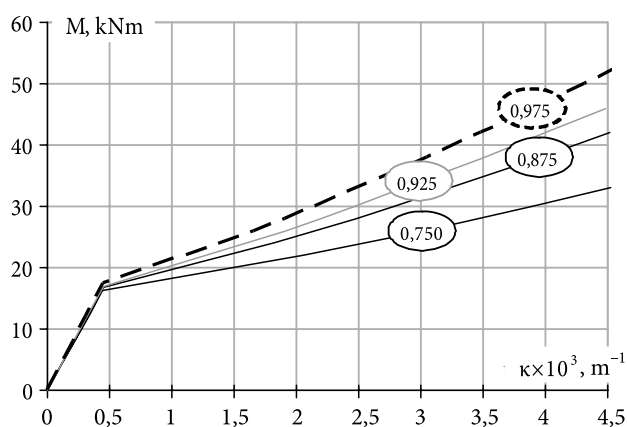


Fig. 5. Moment-curvature diagrams for ranging normalised effective depth, d/h . Reinforcement ratio $p = 0,6\%$, grade of concrete C30/37

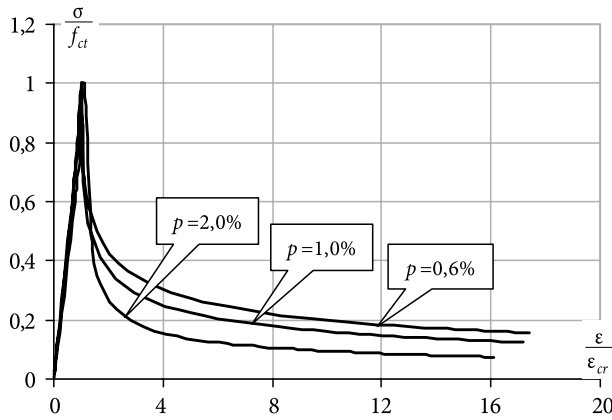


Fig. 6. Numerically derived $\sigma_t - \varepsilon_t$ relationships for varying reinforcement ratio

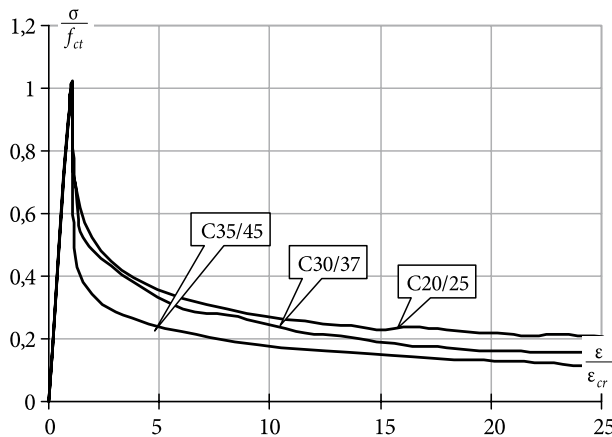


Fig. 7. Numerically derived $\sigma_t - \varepsilon_t$ relationships for varying grade of concrete

The derived stress-strain relationships for tensile concrete obtained from the numerical tests are presented in Figs 6–8.

5. Application of the derived $\sigma_t - \varepsilon_t$ relationships for the analysis of experimental RC members

This section discusses application of the derived stress-strain relationships in modelling curvature analysis of experimental RC beams tested by Clark and Speirs (1978). For that purpose, the $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagrams were incorporated into non-linear finite element software ATENA and *layered* model (Kaklauskas 2004). The latter is a simplified numerical method based on classical expressions of mechanics of materials and use of material diagrams.

Present investigation employs test data of two beams, namely 1R and 2 (Clark, Speirs 1978). The beams were nominally 3.5 m long, 400 mm high and 200 mm wide. They were tested under a four-point loading system which gave a constant moment zone of 1.2 m and two shear spans of 1.0 m. Each beam in tension zone was reinforced with three bars. However, the specimens had different reinforcement diameter and, therefore, different ratio. Main parameters of the beams are given in Table 1.

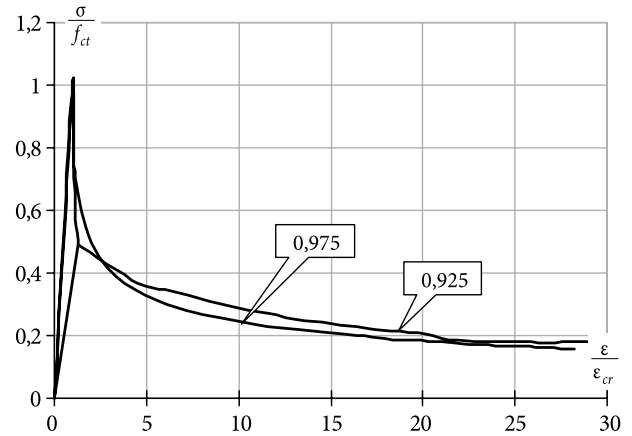


Fig. 8. Numerically derived $\sigma_t - \varepsilon_t$ relationships for varying normalised effective depth, d/h

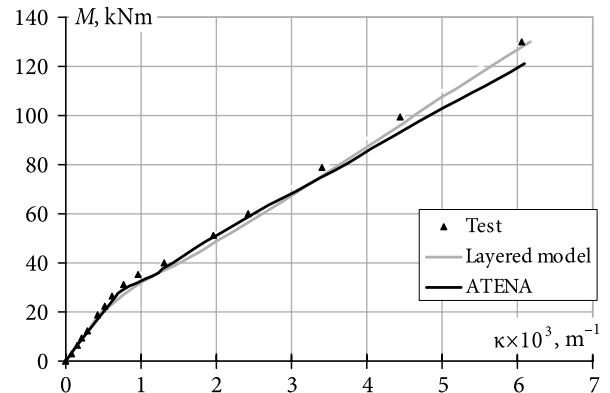


Fig. 9. Experimental and calculated moment-curvature diagrams for the beam 1R

Table 1. Main characteristics of beams tested by Clark and Speirs (1978)

Beam	Depth, mm	Width, mm	Tensile reinforcement		Concrete cube strength, MPa
			Diameter, mm	Area, mm ²	
1R	412	202	25	1472	34,7
2	408	203	20	943	33,3

Moment-curvature diagrams calculated by the *layered* model and ATENA software are shown in Figs 9 and 10 along with test data. It can be concluded that good agreement has been achieved between the predictions by ATENA and the *layered* model. It can be also noted that the theoretical results fitted well the test data.

6. Moment-curvature analysis of bridge concrete girder

The derived stress-strain relationships for tensile concrete were applied for deformation analysis of bridge concrete girder. A girder shown in Fig. 11 is widely used in Lithuania and other post Soviet countries. One recent application of such girder in bridge engineering is a continuous reinforced concrete overpass in Vilnius. Grade of concrete was C30/37 and reinforcement yield strength, f_y , and modulus of elastic-

ity, E_s , were 500 MPa and 200 GPa, respectively. Tensile and compressive reinforcement of the girder consisted of 10 $\varnothing$ 32 ($A_{s1} = 80,42 \text{ cm}^2$) and of 2 $\varnothing$ 16 ($A_{s2} = 4,02 \text{ cm}^2$) bars, respectively. All needed for the analysis geometrical and material characteristics are presented in Fig. 11.

Moment-curvature diagrams for the mid-span section were calculated using the EC2 method, ATENA and the *layered* model. Analysis results are shown in Fig. 12. It can be seen that the shape of the calculated load-deflection diagrams was well captured in the present analysis. Agreement of the calculations using different techniques were within reasonable limits, whereas the predictions by the numerical techniques almost coincided. Taking the predictions by the EC2 as a reference, it can be concluded that the curvatures calculated by ATENA and the *layered* model were slightly underestimated.

It should be noted that $M - \kappa$ diagrams were obtained only for the mid-span section of the girder. Analogous computations can be carried out for other sections. Such sectional analysis may be used for a general analysis of any indeterminate bridge structure (continuous beam, frame etc.), being thus capable to calculate stresses, strains and deflections at any point of bridge structure.

7. Concluding remarks

Present research aimed at deriving tension stiffening relationships based on EC2 provisions for deformation analysis of bending RC structures. For that purpose, a parametric study has been carried out. For a number of reinforced concrete sections, moment-curvature diagrams were generated according to EC2 technique. These diagrams were used for deriving stress-strain relationships of cracked tensile concrete. The obtained constitutive relationships were applied for curvature analysis of experimental RC beams reported in the literature. For that purpose, the $\sigma_t - \epsilon_t$ diagrams were incorporated into non-linear finite element software ATENA and *layered* model. Good agreement has been achieved between the predictions by ATENA and the *layered* model. It can be also noted that the theoretical results fitted well the test data. The defined stress-strain relationships for tensile concrete were also applied for deformation analysis of bridge concrete girder. The shape of the calculated load-deflection diagrams was well captured. Agreement of the calculations using different techniques were within reasonable limits whereas the predictions by the numerical techniques almost coincided.

Acknowledgement

Financial support provided by the *Lithuanian State Fund of Research and Studies* (Project No T-102/08), and by the complementary financial support provided by the *Agency of International Programs of Scientific and Technology Development in Lithuania* are gratefully acknowledged.

References

Bischoff, P. H.; Johnson, R. D. 2007. Effect of shrinkage on short-term deflection of reinforced concrete beams and slabs [CD-ROM], *Structural implications of shrinkage and creep of con-*

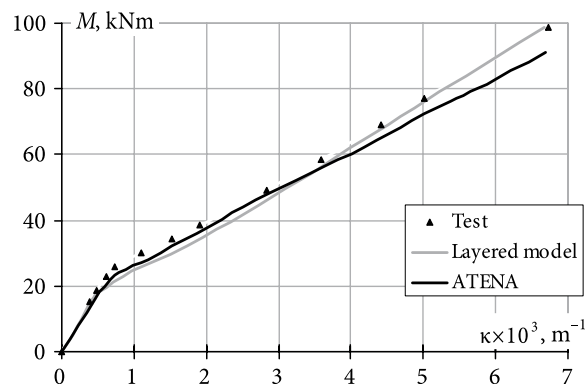


Fig. 10. Experimental and calculated moment-curvature diagrams for the beam 2

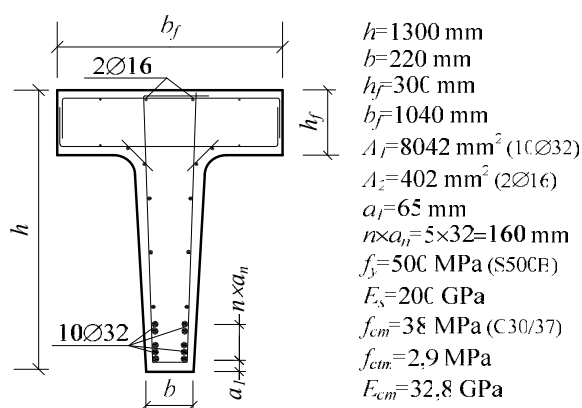


Fig. 11. Cross-section of bridge girder at the mid-span

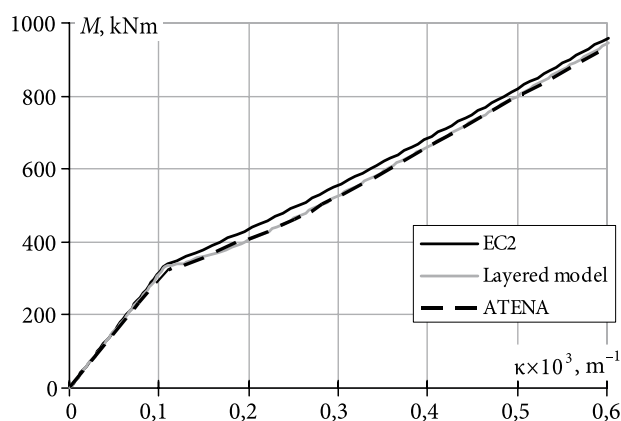


Fig. 12. Moment-curvature diagrams obtained by EC2, software ATENA (solid black line) and the *layered* model

crete, ACI Special Publication -246. Ed. by Gardner, N. J.; Chiurino, M. A., 167–180.

Borosnyói, A.; Balázs, G. L. 2005. Models for flexural cracking in concrete – state-of-art, *Structural Concrete* 6(2): 53–62.

Clark, L. A.; Speirs, D. M. 1978. *Tension stiffening in reinforced concrete beams and slabs under short-term load*: Technical Report No 42.52, London: Cement and Concrete Association.

- Comité Européen de Normalisation [CEN]. 2004. *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings EN 1992-1-1:2004*. Brussels: CEN.
- Gilbert, R. I. 2007. Tension stiffening in lightly reinforced concrete slabs, *ASCE Journal of Structural Engineering* 133(6): 899–903.
- Girdžius, R.; Kaklauskas, G.; Zamblauskaitė, R. 2007. Centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2 [Stress-strain response of reinforced concrete member subjected to axial tension], *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas* [Technological and Economic Development of Economy] 13(2): 109–113.
- Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Bačinskas, D. 2008. Shrinkage in reinforced concrete structures: a computational aspect. *Journal of Civil Engineering and Management* 14(1): 49–60.
- Gribniak, V.; Kaklauskas, G.; Bačinskas, D. 2007. State-of-art review on shrinkage effect on cracking and deformations of concrete bridge elements, *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering* 2(4): 183–193.
- Juozapaitis, A.; Vainiūnas, P.; Kaklauskas, G. 2006. A new steel structural system of a suspension pedestrian bridge, *Journal of Constructional Steel Research* 62(12): 1257–1263.
- Kaklauskas, G. 2001. *Integral flexural constitutive model for deformational analysis of concrete structures*: monograph. Vilnius: Technika. 139 p. ISBN 9986-05-438-9.
- Kaklauskas, G. 2004. Flexural layered deformational model of reinforced concrete members, *Magazine of Concrete Research* 56(10): 575–584.
- Kaklauskas, G.; Bačinskas, D.; Sokolov, A. 2007. Discussion of “Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and FRP bars” by Rim Nayal and Hayder A. Rasheed, *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering* 19(11): 1013–1014.
- Kaklauskas, G.; Ghaboussi, J. 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests, *ASCE Journal of Structural Engineering* 127(1): 64–73.
- Mota, C.; Sandee, A.; Svecova, D. 2006. Critical review of deflection formulas for FRP-RC members, *ASCE Journal of Composites for Construction* 10(3): 183–194.
- Muttoni, A.; Fernandez Ruiz, M. 2007. Concrete cracking in tension members and application to deck slabs of bridges, *ASCE Journal of Bridge Engineering* 12(5): 646–653.
- Nayal, R.; Rasheed, H. A. 2006. Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and FRP bars, *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering* 18(6): 831–841.
- Popovics, S. A. 1970. Review of stress-strain relationships for concrete, *ACI Journal* 67(3): 243–248.
- Torres, L.L.; Lopez-Almansa F.; Bozzo, L. M. 2004. Tension-stiffening model of cracked flexural concrete members, *ASCE Journal of Structural Engineering* 130(8): 1242–1251.
- Valivonis, J.; Skuturna, T. 2007. Cracking and strength of reinforced concrete structures in flexure strengthened with carbon fibre laminates, *Journal of Civil Engineering and Management* 13(4): 317–323.
- Zergua, A.; Naimi, M. 2006. Elastic-plastic fracture analysis of structural columns, *Journal of Civil Engineering and Management* 12(2): 181–186.

Received 10 Sept 2007; accepted 21 May 2008

STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS
IR TECHNOLOGIJOS
ENGINEERING STRUCTURES
AND TECHNOLOGIES

Volume 3 Number 3 September 2011

Investigation into the influence of impregnation on pine timber combustion using a cone calorimeter and large scale tests <i>Jerzy Gałaj, Zbignev Karpovič, Waldemar Jaskółowski</i>	91
Mūro gaminių ir gulsčiųjų siūlių įtempių deformacijų būvio ypatumų analizė The analysis of stress deformation state peculiarities of masonry units and bed joints <i>Robertas Zavalis, Bronius Jonaitis</i>	105
Naujasis lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas A short-term deformation analysis method of flexural reinforced concrete members <i>Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zamblauskaitė, Ronaldas Jakubovskis</i>	112
Statybos vykdymo planavimas inžinerinio pasirengimo statybai sistemoje Planning construction execution in the engineering pre-construction system <i>Odeta Viliūnienė, Loreta Inokaitytė</i>	123

Volume 3 Number 3 September 2011

STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS
IR TECHNOLOGIJOS
ENGINEERING STRUCTURES
AND TECHNOLOGIES



STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS IR TECHNOLOGIJOS ENGINEERING STRUCTURES AND TECHNOLOGIES

Volume 3 Number 3 September 2011



Tikslas ir tematika

Statybinės konstrukcijos ir technologijos (Engineering Structures and Technologies) – tai recenzuojamas žurnalas, per metus leidžiamas vienas tomas (keturi numeriai). Žurnalo tikslas – mokslininkams, projektuotojams ir gamybininkams pateikti naujausių mokslinių tyrimų rezultatus, siūlymus, kaip juos praktiškai naudoti, rekomendacijas mokslo ir technikos laimėjimams diegti užtikrinant darniąją statybą.

Žurnalo tematika:

- konstrukcinės statybinių medžiagų savybės;
- konstrukcijų mechanika, optimizacija ir patikimumas;
- statybinių konstrukcijų kūrimas, tyrimas ir skaičiavimas;
- geotechninės konstrukcijos ir tyrimai;
- konstrukcijų apkrovos ir poveikiai;
- apkrovų įvertinimas statybos metu;
- konstrukcijų gamybos ir statybos procesų technologija, vykdymas ir analizė;
- konstrukcinių ir technologinių sprendimų ekonominė analizė;
- technologijų įtaka pastato konstrukcijų kokybei;
- konstrukcijų elgsenos ugnyje analizė, ugnies pažeistų konstrukcijų būklės vertinimas ir atstatymo technologija;
- eksploatuojamų konstrukcijų būklės vertinimas, stiprinimas ir atstatymo technologija;
- konstrukcijų ir medžiagų ilgalaikiškumas;
- Europos normų ir standartų taikymas, nacionalinių parametrų kūrimas ir tikslinimas;
- kita mokslinė techninė informacija žurnalo tematikos klausimais (naujos medžiagos, konstrukcijos, technologijos ir rekomendacijos gamybininkams, mokslo naujovių apžvalgos, recenzijos, terminologijos klausimai ir kt.).

Aim and Subject

Engineering Structures and Technologies (Statybinės konstrukcijos ir technologijos) is a peer-reviewed quarterly journal. The journal is aimed at scientists, designers and producers. It presents new results of research, practical proposals and recommendations on the introduction of science and technical equipment, in order to improve sustainable building.

The topics include:

- the structural properties of building materials;
- the mechanics, optimization and reliability of building structures;
- the creation, investigation and design of building structures;
- geotechnical structures and investigation;
- loads and actions of building structures;
- estimation of loads in building period;
- technology of structures production and building process, performance and analysis;
- economical analysis of design and technology solutions;
- influence of technology on quality of building structures;
- analysis of structures behavior in fire, estimation and renovation of fire damages to building structures;
- estimation of building structure state in exploitation, strengthening and technology of repair;
- durability of building structures and building materials; – practice of Euro codes and standards, creation and correction of national parameters;
- another scientific and technical information on the topic of journal (new construction materials, structures, technologies, and other recommendations for producers, reviews of scientific, terminology etc).

The papers published in Engineering Structures and Technologies (Statybinės konstrukcijos ir technologijos), are abstracted / indexed by:

ICONDA (The International CONstruction DATabase); Gale®: Academic OneFile, InfoTrac Custom; ProQuest: Ulrich's, Summon™; EBSCOhost; IndexCopernicus

ENGINEERING STRUCTURES AND TECHNOLOGIES

Research Journal of the Vilnius Gediminas Technical University

INFORMATION FOR FOREIGN AUTHORS

Periodicity of the Journal: One volume (4 issues) per year (quarterly issued).

The language of the articles is Lithuanian, including a detailed abstract in English. For foreign authors, the language of articles is English.

General information: The journal publishes original unpublished research articles on civil engineering. For the Editorial Board, two manuscript copies and an electronic version prepared by MS Word editor using Times New Roman type should be submitted following the below imposed requirements. The text of the article should be printed by Single interval on the pages of 210*297 mm format with the print area of 170*245 mm each. The volume of an article is up to 10 pages. Pagination is made using an ordinary pencil below on the right. The authors should sign the second copy of the article. Information about the authors including name(s), surname(s), workplace address, telephone and fax numbers (home, job) and e-mail is to be presented on a separate page and on the second copy. When the authors include more than one researcher, a person responsible for correspondence with the Editorial Board of the Journal should be indicated.

The structure of the article. An article should include the following parts: heading, the name(s) and surname(s) of the author(s), the name and address of their workplaces, summary, keywords, introduction (the object and goal of research, the methods applied, the review and analysis of literature etc. should be characterised), the main text, conclusions or a generalisation, a list of references and an abstract. Appendices may be added and are placed before the list of references. The translation of the abstract into Lithuanian is made by the translators of the journal and published at the end of the article.

Acceptance and corrections. Every article is peer reviewed by 2 members of the Editorial Board or by the appointed experts. The accepted article should be corrected by the author taking into account the remarks of the reviewers and editors or the motives explained why the remarks have been disregarded. The printed copy and the electronic version of the corrected article are to be presented to the Editorial board not later than in a fortnight after receiving the review. Simultaneously, the author returns the manuscript of the reviewed article.

Recommended design for the article

1. The heading of the article should be printed and centred in 12 pt Bold type capitals 60 mm below the sheet top. There is Single line interval between the heading and author's name. 2. The name(s) and surname(s) of the author (co-authors) should be printed and centred in 11 pt Bold type small letters. Below the author's surname, the name and address of an institution and an e-mail address of the author (co-authors) representing the institution are printed and centred in 10 pt Italic type. Different institutions represented by the authors are recorded in the foot-notes.

3. Abstract and keywords are printed by Single interval in 9 pt type in one column and the margins of 30 mm and an interval of three lines below the address of the institution are left. The words Abstract and Keywords are printed in Bold. The volume of the abstract must exceed 600 characters. An interval of one line between the abstract and keywords should be left. The keywords should include from 6 to 10 items.

4. Introduction, the main text and conclusions are to be printed by Single interval in 10 pt type in one column at the distance of one line from the keywords. 6 mm space between two columns is to be left. The first line of the paragraph is to be shifted 7 mm from the left margin. The last page of the article is to be filled not less than with 70% of text.

5. Mathematical dependences, their notations in the text and other symbols should be written using Equation Editor 3 Italic in 10 pt type, indexes – in 7 pt and sub indexes – in 6 pt type. Matrices are written in square brackets and vectors in Bold-Regular 10 pt type. All numerals, including index numbers, are presented in Regular type. Formulas are centred, aligned right and numbered using Arabic numerals in round brackets. An interval of one line between a formula and text should be left.

6. Figures and tables should be put and centred in the place they are mentioned. (The translated names of the figures and tables in Lithuanian will be published). Larger tables and figures may be put at the top or bottom of a sheet across the whole breadth. Figures are drawn by computer and additionally presented by one of the fails including *.jpg, *.tif, *.wmf or *.pcx. Photos (coloured and black-and-white type) should be of good quality, clear and suitable for reproduction. The numbers of figures and tables (for instance, Fig. 1, Table 3) and inscriptions below are printed by Regular type in 9 pt. Figures and tables are separated from the text by one-line interval.

7. The headings of introduction, chapters and sub-chapters are printed by Bold-Regular type in 10 pt small letters and aligned left. The introduction and the headings of chapters and conclusions are numbered using one Arabic numeral and sub-chapters – two numerals. The headings of chapters and sub-chapters should be separated from the text by one-line interval.

8. The name of the author of the source and the year of publication should be presented in the text in brackets. The word References is printed by Bold-Regular type in 10 pt small letters and aligned left, whereas the list of references – in 9 pt. The references are to be presented in the alphabetical order:

Edward, G.; Shertwood, E. C.; Bentz, E. C.; Collins, P. 2007. Effect of aggregate size on beam shear strength of thick slabs, *ACI Structural Journal* 104(2): 180–190.

Karkauskas, R. 2007. Optimisation of geometrically non-linear elastic- plastic structures in the state prior to plastic collapse, *Journal of Civil Engineering and Management* 13(3): 183–192.

Marčiukaitis, G; Jonaitis, B.; Papinigis, V.; Valivonis, J. 2007. *Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas pagal euronormas*. Vilnius: Technika. 339 p.

Šalna, R.; Marčiukaitis, G. 2007. Analysis of stress and strain state of steel fiber reinforced concrete beams subjected to flexure and shear, in *The 9th International Conference “Modern Building Materials, Structures and Techniques”*: Selected papers, vol. 2. Ed. By M. J. Skibniewski, P. Vainiūnas, E. K. . Zavadskas. May 16–18, 2007, Vilnius, Lithuania. Vilnius: Technika, 758–762.

Rabinovich, Ph. N. 2004. *Kompozity na osnove dispersno-armirovannykh betonov. Voprosy teorii i proektirovaniia, tekhnologiia, konstrukcii*: monographiia. Moskva: ACB. 506 p.

NAUJASIS LENKIAMOJO GELŽBETONINIO ELEMENTO, VEIKIAMO TRUMPALAIKĖS APKROVOS, KREIVIŲ APSKAIČIAVIMO METODAS

Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zamblauskaitė, Ronaldas Jakubovskis

Tiltų ir specialiujų statinių katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

El. paštas bridge@vgtu.lt

Įteikta 2011 06 13; priimta 2011 09 12

Santrauka. Šiame straipsnyje nagrinėjamas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento tempiamasis sustandėjimas pagal Europos normų deformacijų apskaičiavimo metodiką (1992). Pasiūlyta nauja tempiamojo sustandėjimo priklausomybė nuo betono klasės, armatūros tamprumo modulio ir armavimo koeficiento. Taip pat pasiūlytas nesudėtingas lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas. Statistinė siūlomų modelių analizė parodė, kad gaunamas geras eksperimentinių ir apskaičiuotų kreivių sutapimas, esant eksploatacinei apkrovai.

Reikšminiai žodžiai: įtempiai, deformacijos, lenkimas, pleišėjimas, tempiamasis sustandėjimas.

1. Įvadas

Daugiau kaip prieš šimtą metų atlikti tempiamųjų armuotų elementų bandymai (1899) parodė, kad šių bandinių vidutinės deformacijos buvo kur kas mažesnės už armatūros strypų (be betono) deformacijas. Ši reiškinį buvo bandoma paaiškinti supleišėjusio betono gebėjimu atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių, o tai ir paskatino bendrą elemento standumo padidėjimą.

Plyšio vietoje betonas negali atlaikyti tempimo įtempių, todėl visą įrąžą atlaiko armatūra. Kadangi plyšyje ir gretimuose pjūviuose armatūra praslysta betono atžvilgiu, sąlyčio zonoje atsiranda tangentinių įtempių. Jie perduodami betonui, todėl jis atlaiko tempimo įtempius. Armatūros ir betono sąveika ruožuose tarp plyšių standina gelžbetoninį elementą. Supleišėjusio betono gebėjimas atlaikyti tempimo įtempius vadinamas betono *tempiamuoju sustandėjimu* (angl. *Tension Stiffening*) (Torres *et al.* 2004). Šis efektas dažniausiai modeliuojamas supleišėjusio betono įtempių ir deformacijų diagrama, taikant vidutinių plyšių koncepciją.

Pagal Europos normų (EC2) (1992) skaičiavimo metodą gelžbetoniniame elemente išskiriami nesupleišę ir supleišęję ruožai. Laikoma, kad nesupleišėjusio gelžbetoninio elemento armatūra yra absoliučiai suki-

busi su betonu, t. y. armatūra ir betonas deformuojasi kartu. Supleišėjusiame elemente plyšio vietoje visą tempimo jėgą atlaiko armatūra, o tarp plyšių – armatūra ir betonas.

Europos statybos inžinieriai gelžbetoninėms konstrukcijoms skaičiuoti taikydami Europos normų (1992) metodą gana tiksliai apskaičiuoja gelžbetoninių elementų deformacijas. Deja, normų metodai negali būti taikomi sudėtingų konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejais. Tokių konstrukcijų analizei taikomi skaitiniai metodai, kuriais gali būti įvertinti sudėtingi gelžbetonio elgsenos aspektai ir netiesinės medžiagų savybės. Europos normos (1992) pateikia gniuždomojo betono modelį, tačiau neduoda supleišėjusio tempiamojo betono modelio (dar vadinamo tempiamojo sustandėjimo modeliu), kuris turi didelę įtaką apskaičiuotoms deformacijoms. Todėl projektuotojai negali atlikti sudėtingesnių konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvio analizės, taikydami Europos normų (1992) nuostatas. Paprastai tempiamojo sustandėjimo modeliai gaunami iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, o vėliau taikomi skaičiuojant lenkiamuosius elementus. Taip apskaičiuojant lenkiamųjų elementų deformacijas, dažnai daromos nemažos paklaidos.

Šiame straipsnyje tempiamojo sustandėjimo modelis nuo betono klasės, betono bei armatūros tamprumo modulių santykio ir armavimo koeficiento, atitinkantis Europos normų (1992) nuostatas, buvo gautas iš lenkiamųjų elementų. Straipsnyje, remiantis EC2 (1992) lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreivių skaičiavimo metodika, pasiūlytas naujas nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, veikiamų trumpalaikiai apkrova, kreivių skaičiavimo metodas.

2. Lenkiamojo supleišėjusio gelžbetoninio elemento apkrovos ir kreivio nustatymas pagal EC2 skaičiavimo metodą (1992)

Pagal EC2 (1992) supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento vidutinis kreivis apskaičiuojamas taip:

$$\kappa_m = (1 - \xi) \kappa_1 + \xi \kappa_2, \quad (1)$$

čia κ_1 ir κ_2 – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai; ξ – pasiskirstymo koeficientas nustatomas taip:

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2, \quad (2)$$

čia β – koeficientas, kuriuo įvertinama apkrovos trukmė ir pobūdis (1 – esant trumpalaikiai apkrovai, 0,5 – esant ilgalaikiai arba ciklinei apkrovai); M ir M_{cr} – veikiantis ir pleišėjimo momentas; kreiviai κ_1 ir κ_2 apskaičiuojami pagal šias formules:

$$\kappa_1 = \frac{M}{E_c I_1}, \quad (3)$$

$$\kappa_2 = \frac{M}{E_c I_2}, \quad (4)$$

čia E_c – betono tamprumo modulis; I_1 ir I_2 – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento redukuoti skerspjūvio inercijos momentai.

Lenkiamojo gelžbetoninio elemento pleišėjimo momentas M_{cr} pagal EC2 metodiką (1992) apskaičiuojamas taip:

$$M_{cr} = W_1 f_{ct}, \quad (5)$$

čia W_1 – elemento skerspjūvio atsparumo momentas esant tampriai stadijai; f_{ct} – betono tempiamasis stipris (vidutinis).

3. Betono tempiamojo sustandėjimo modelis

Šiame skyriuje pateikiamas betono tempiamojo sustandėjimo modelis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įtempiams ir deformacijoms apskaičiuoti.

Betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybei gauti buvo atliktas skaitinis eksperimentas, kurio metu apskaičiuotos elementų momentų ir kreivių diagramos, taikant EC2 kreivių skaičiavimo metodiką (1992). Vėliau, taikant sluoksnių metodą (Kaklauskas, Ghaboussi 2001), gautosioms momentų ir kreivių diagramoms buvo apskaičiuotos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivės. Remiantis skaitinio eksperimento rezultatais gauta nauja betono tempiamojo sustandėjimo kreivė.

3.1. Skaitinis eksperimentas

Atliekant skaitinį eksperimentą buvo išnagrinėta 450 lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, kurių skerspjūvio geometriniai rodikliai buvo tokie: plotis – 200 mm, aukštis – 400 mm. Analizuojamų elementų armavimo koeficientas ($\rho = 0,2\text{--}2,0\%$), betono klasė (C20/25, C40/50, C60/75), armatūros tamprumo modulis ($E_s = 170, 200, 210$ GPa) bei naudingasis skerspjūvio aukštis ($d = 0,30\text{--}0,39$ m) buvo skirtingi. Šie parametrai buvo pagrindiniai rodikliai skaičiuojant elementų momentų ir kreivių diagramas. Nagrinėtas dvitramės sijos, apkrautos dviem koncentruotomis apkrovomis, gryojo lenkimo ruožas.

Skaitinio eksperimento metu buvo atliktos analizės, keičiant elementų medžiagų fizinius mechaninius ir geometrinius rodiklius (1 lentelė).

1 lentelė. Pagrindiniai gelžbetoninių sijų parametrai

Table 1. The main parameters of RC beams

Elementų grupė	Elementų pogrupis	$\rho, \%$	Betono klasė	E_s, GPa	d, m	$p = \frac{d}{h}$
I	1	0,6	C20/25	210	0,37	0,925
	2	1,0 2,0	C40/50			
II	1	1,0	C20/25 C40/50	210	0,37	0,925
	2	2,0	C60/75			
III	1	1,0	C20/25	210	0,30	0,75
	2	2,0			0,35 0,39	0,875 0,975
IV	1	1,0	C20/25	170 195 210	0,37	0,925
	2	2,0				

Pastabos:

- skaičiuojant imti pastovūs dydžiai;
- **dydžiai, pagal kuriuos sudaryti elementų pogrupiai;**
- skaičiuojant imti kintami dydžiai.

Atliekant skaičiavimus buvo sudarytos keturios elementų grupės, kurios skyrėsi vienu iš nagrinėjamų parametru (1 lentelė). Papildomai analizei atlikti kiekviena grupė buvo padalyta į du pogrupius, naudojant naują kintamąjį dydį (1 lentelė).

Įvairių parametru įtaka lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų būviui pateikta 1–4 pav.

Pirmoji analizė buvo atlikta dviem skirtingų betono klasių elementų pogrupiams imant, kad armatūros tamprumo modulis E_s ir efektyvusis skerspjūvio aukštis d yra pastovūs (1 lentelė).

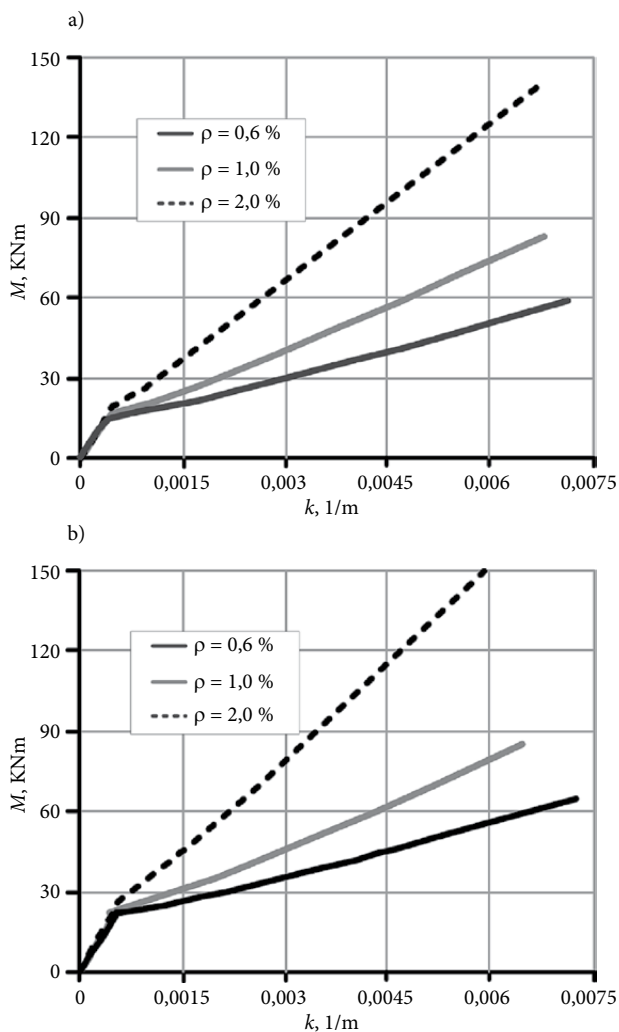
Atliekant skaičiavimus, kiekvienam elementų pogrupiui papildomai buvo imti skirtingi armavimo koeficientai ρ (1 lentelė). Gautosios elementų momentų

ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams ρ , pateiktos 1 pav.

Iš gautųjų rezultatų (1 pav.) matyti, kad armavimo koeficientas ρ turi didelę įtaką supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų standumui ir beveik neturi įtakos pleišėjimo momentui.

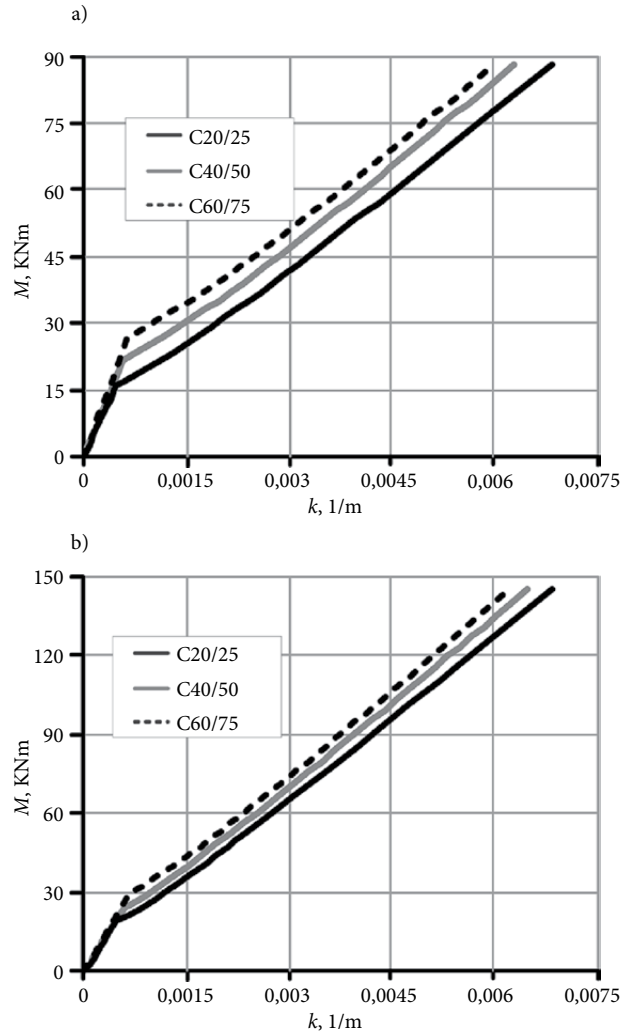
Kiti du analizuojamų elementų pogrupiai skyrėsi armavimo koeficientu ρ , tačiau turėjo nekintamą armatūros tamprumo modulį E_s ir efektyvųjį skerspjūvio aukštį d (1 lentelė). Kiekvienam iš elementų pogrupių buvo atlikti atskiri skaičiavimai, imant kintamas betono klases (1 lentelė). Skaičiavimų rezultatai pateikti 2 pav.

Iš gautųjų momentų ir kreivių diagramų (2 pav.) matyti, kad betono klasė turi didelę įtaką lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms. Elementų,



1 pav. Momentų ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams: a – betono klasė C20/25; b – betono klasė C40/50

Fig. 1. Moment-curvature diagrams of ranging reinforcement ratio: a – grade of concrete C20/25; b – grade of concrete C40/50

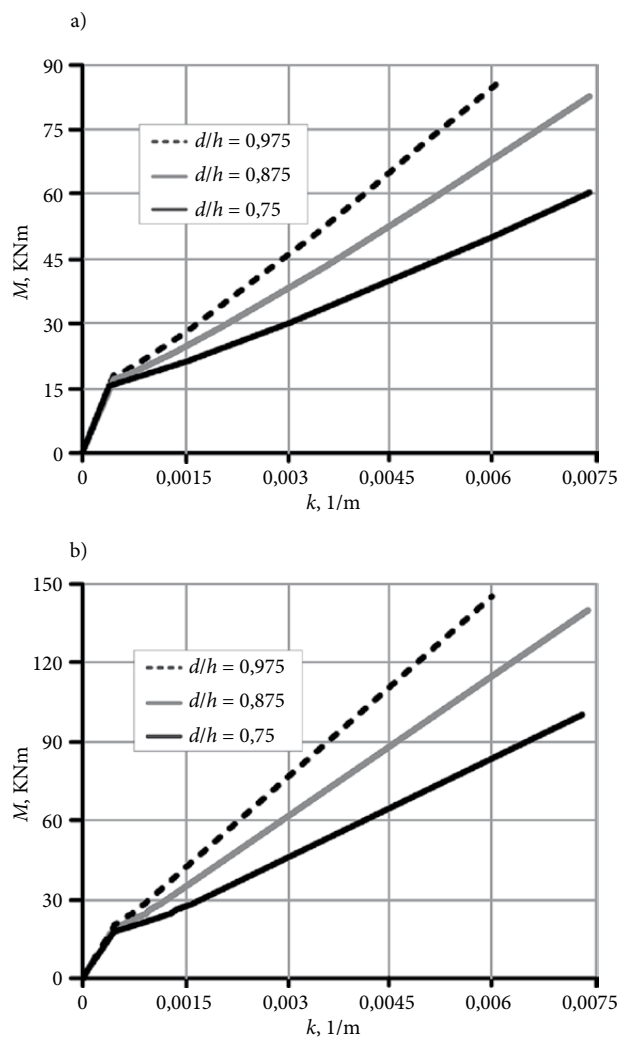


2 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant betono klasei: a – $\rho = 1,0\%$; b – $\rho = 2,0\%$

Fig. 2. Moment-curvature diagrams of ranging the grade of concrete: a – $\rho = 1,0\%$; b – $\rho = 2,0\%$

kurių armavimo koeficientas $\rho = 1,0$ %, betono klasei mažėjant nuo C60/75 iki C20/25, atitinkamai iki 41 % gali sumažėti pleišėjimo momentas. Stipriau armuotuose elementuose, kai $\rho = 2,0$ %, betono klasei kintant nuo C60/75 iki C20/25, pleišėjimo momentas gali sumažėti iki 29 %.

Taip pat buvo išanalizuoti elementų pogrupiai, kurių armavimo koeficientai ρ buvo skirtingi, bet pastovūs medžiagų fiziniai ir mechaniniai rodikliai, t. y. betono klasė bei armatūros tamprumo modulis E_s (1 lentelė). Šios analizės metu buvo atlikti papildomi skirtingų elementų skaičiavimai, keičiant efektyvųjį skerspjūvio aukštį d (1 lentelė). Apskaičiuotosios elementų momentų ir kreivių diagramos, kintant naudingajam elemento skerspjūvio aukščiui d , pateiktos 3 pav.



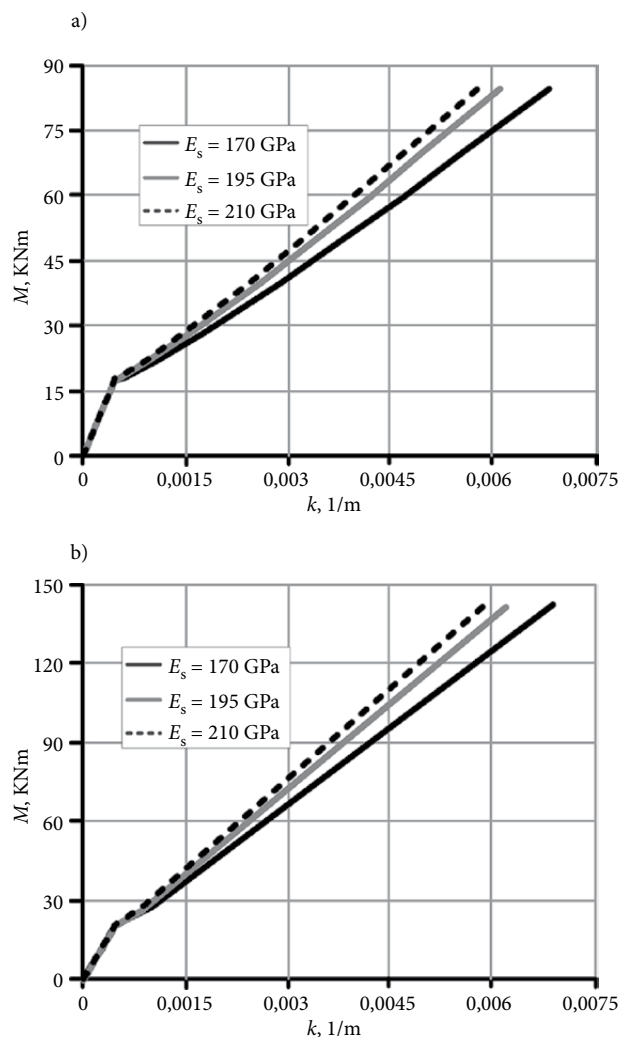
3 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant naudingajam skerspjūvio aukščiui: a – $\rho = 1,0$ %; b – $\rho = 2,0$ %

Fig. 3. Moment-curvature diagrams of ranging normalised effective depth: a – $\rho = 1,0$ %; b – $\rho = 2,0$ %

Remiantis gautosiomis kreivėmis (3 pav.) galima teigti, kad efektyvus skerspjūvio aukštis d turi įtakos lenkiamųjų gelžbetoninių elementų standumui, bet neturi įtakos pleišėjimo apkrovai.

Paskutinė analizė buvo atlikta elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus ρ , pogrupių, imant nekintamą betono klasę ir pastovų efektyvųjį skerspjūvio aukštį d (1 lentelė). Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš nagrinėjamų elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingą armatūros tamprumo modulį E_s (1 lentelė). Gautieji rezultatai pateikti 4 pav.

Iš momentų ir kreivių diagramų (4 pav.) matyti, kad didėjant armatūros tamprumo moduliui E_s supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento standumas didėja. Pažymėtina, kad armatūros tamprumo modulis E_s praktiškai neturi įtakos elemento pleišėjimo momentui.



4 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui: a – $\rho = 1,0$ %; b – $\rho = 2,0$ %

Fig. 4. Moment-curvature diagrams of ranging an elastic modulus of reinforcement: a – $\rho = 1,0$ %; b – $\rho = 2,0$ %

Atlikus regresinę analizę nustatyta, kad didžiausią įtaką betono tempiamajam sustandėjimui turi armavimo koeficientas ρ bei medžiagų mechaniniai ir fiziniai parametrai, t. y. armatūros E_s ir betono E_c tamprumo moduliai. Gautosioms elementų momentų ir kreivių diagramoms (1–4 pav.) taikant sluoksnių metodą (Klauskas, Ghaboussi 2001), buvo apskaičiuotos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivės. Skaičiavimai atlikti toms pačioms elementų grupėms (1 lentelė), keičiant parametrus, turinčius įtakos betono tempiamajam sustandėjimui.

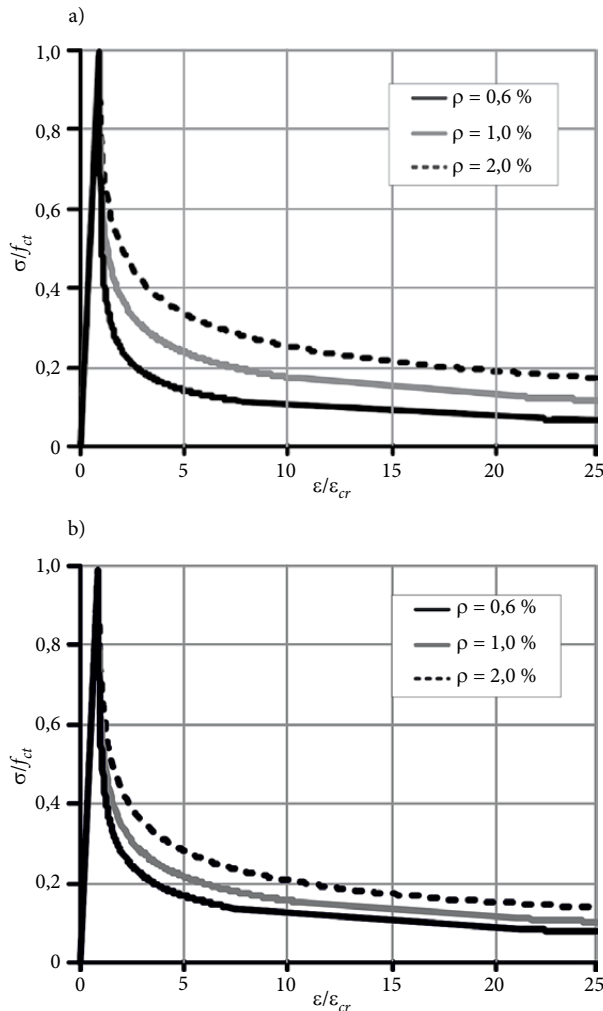
Gautosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos išreiškiamos santykiniais dydžiais σ/f_{ct} ir $\varepsilon/\varepsilon_{cr}$ bei pateikiamos 5–8 pav.

Pirmosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos (5 pav.) gautos dviem skirtingų betono

klasių elementų pogrupiams tarus, kad armatūros tamprumo modulis E_s ir efektyvusis elemento skerspjuvio aukštis d yra pastovūs (1 lentelė). Atliekant skaičiavimus, kiekvienam elementų pogrupiui buvo imti skirtingi armavimo koeficientai ρ (1 lentelė).

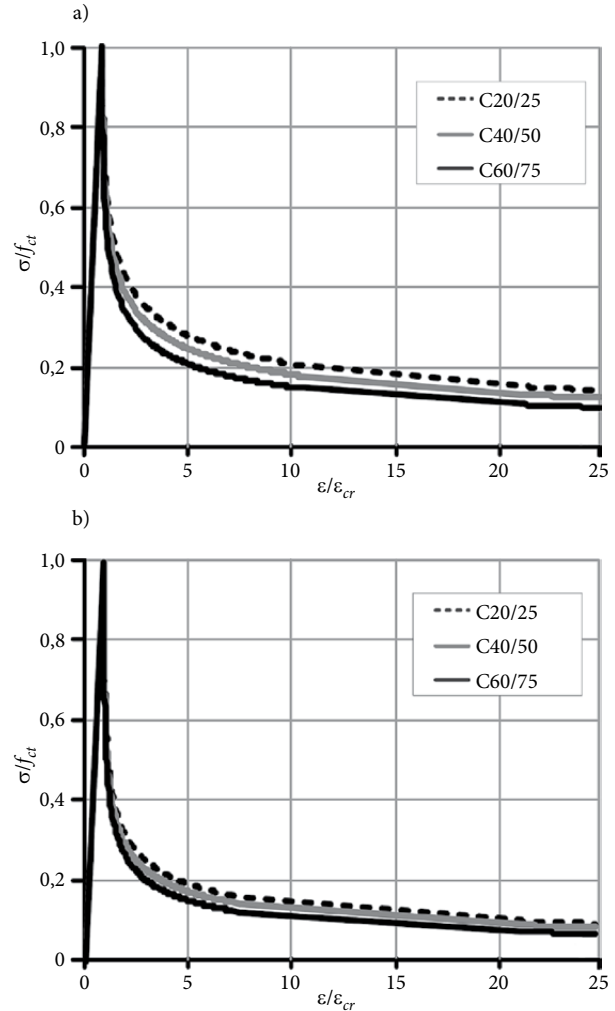
Kaip matyti iš 5 pav., stipriai armuotų elementų ($\rho = 2,0 \%$) betono tempiamasis sustandėjimas yra gerokai mažesnis, lyginant su mažai ir vidutiniškai armuotais elementais ($\rho \leq 1,0 \%$).

Antroji analizė buvo atlikta dviem skirtingų betono klasių elementų pogrupiams tarus, kad armatūros tamprumo modulis E_s ir efektyvusis elemento skerspjuvio aukštis d yra pastovūs (1 lentelė). Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingas betono klases (1 lentelė). Gautosi tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių



5 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant armavimo koeficientui:
a – C20/25; b – C60/75

Fig. 5. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying reinforcement ratio:
a – C20/25; b – C60/75



6 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant betono klasei: a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$

Fig. 6. Numerically derived tension stiffening diagrams for a varying grade of concrete: a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$

deformacijų diagramos, kintant betono klasėms, pateiktos 6 pav. Kaip matyti, diagramos, išreikštos santykiniais įtempiais σ / f_{ct} , praktiškai sutapo. Analizės metu nustatyta, kad didėjant betono tempiamajam stipriui, didėja tempimo įtempiai betone.

Trečios analizės metu gautosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos pateiktos 7 pav.

Šios diagramos buvo apskaičiuotos elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus ρ , pogrupiams, imant nekintamą armatūros tamprumo modulį E_s ir pastovią betono klasę (1 lentelė).

Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš nagrinėjamų elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingą elemento efektyvųjų skerspjūvio aukštį d (1 lentelė).

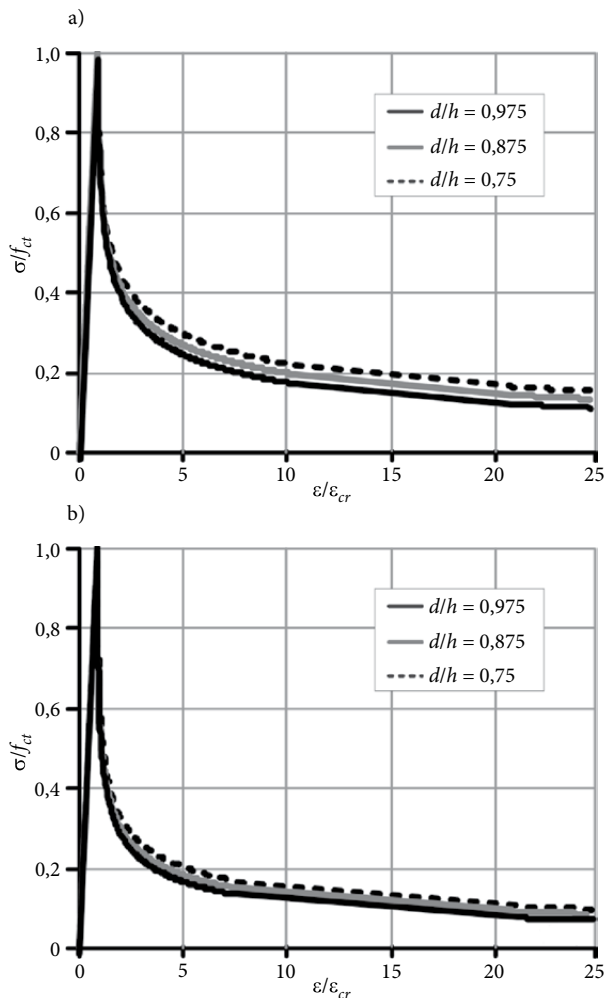
Gautieji rezultatai (7 pav.) rodo, kad elemento efektyviojo skerspjūvio aukščio d įtaka betono tem-

piamojo sustandėjimo diagramos formai yra nedidelė.

Paskutinė analizė buvo atlikta elementų, turėjusių skirtingus armavimo koeficientus ρ , pogrupių, imant nekintamą betono klasę ir pastovų skerspjūvio efektyvųjų aukštį d (1 lentelė).

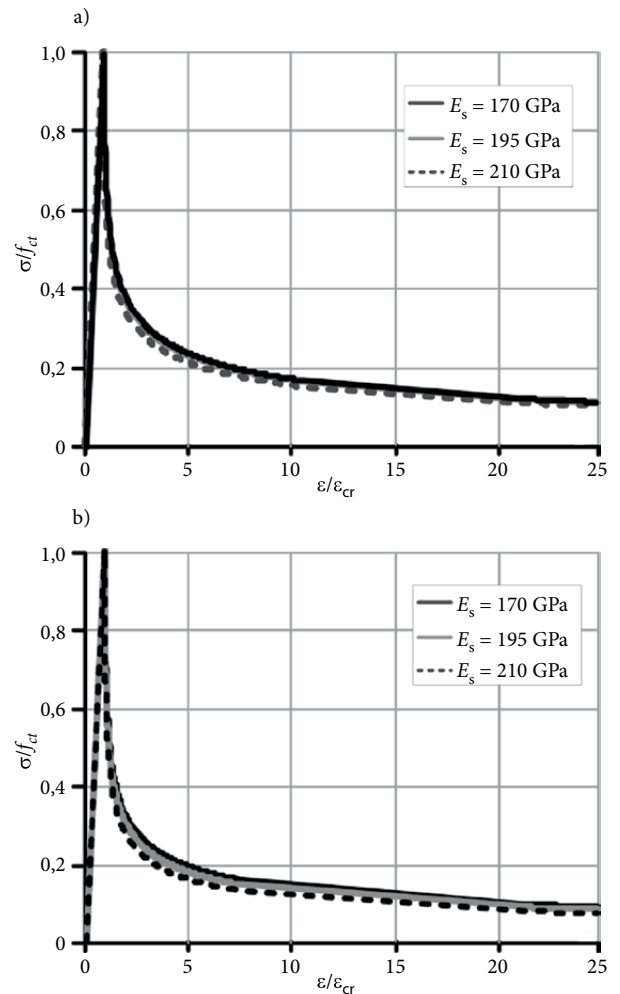
Šios analizės metu buvo atlikti skirtingų elementų pogrupių skaičiavimai keičiant armatūros tamprumo modulį E_s (1 lentelė). Apskaičiuotosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, kintant armatūros tamprumo moduliui E_s , pateiktos 8 pav.

Atlikta analizė (8 pav.) rodo, kad armatūros tamprumo modulio E_s įtaka betono tempiamojo sustandėjimo diagramos formai nedidelė.



7 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant naudingajam skerspjūvio aukščiui:
a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$

Fig. 7. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying normalised effective depth:
a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$



8 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant armatūros tamprumo moduliui:
a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$

Fig. 8. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying an elastic modulus of reinforcement:
a – $\rho = 1,0 \%$; b – $\rho = 2,0 \%$

3.2. Betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybė

Įvertinant supleišėjusio elemento darbą tarp plyšių, svarbu, kad jo deformacijų apskaičiavimo metodas būtų tikslus ir paprastas. Kaip buvo minėta, didžiausią įtaką betono tempiamajam sustandėjimui turi armavimo koeficientas ρ bei medžiagų mechaniniai ir fiziniai parametrai, t. y. armatūros E_s ir betono E_c tamprumo moduliai.

Pasiūlytame modelyje imtas vienas nepriklausomas kintamasis – armavimo koeficiento ρ ir armatūros E_s bei betono E_c tamprumo modulių santykio n sandauga ρn .

Atlikus skaitinio eksperimento rezultatų analizę nustatyta, kad betono tempiamąjį sustandėjimą galima aprašyti tokia formule:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{0,5}}, \quad (6)$$

čia A – koeficientas, apskaičiuojamas taip:

$$A = 0,76 + 0,165 \rho n. \quad (7)$$

Apskaičiuota, kad parametro ρn koreliacijos koeficientas lygus 0,921, o pasiūlytojo modelio determinacijos koeficientas – $r^2 = 0,943$.

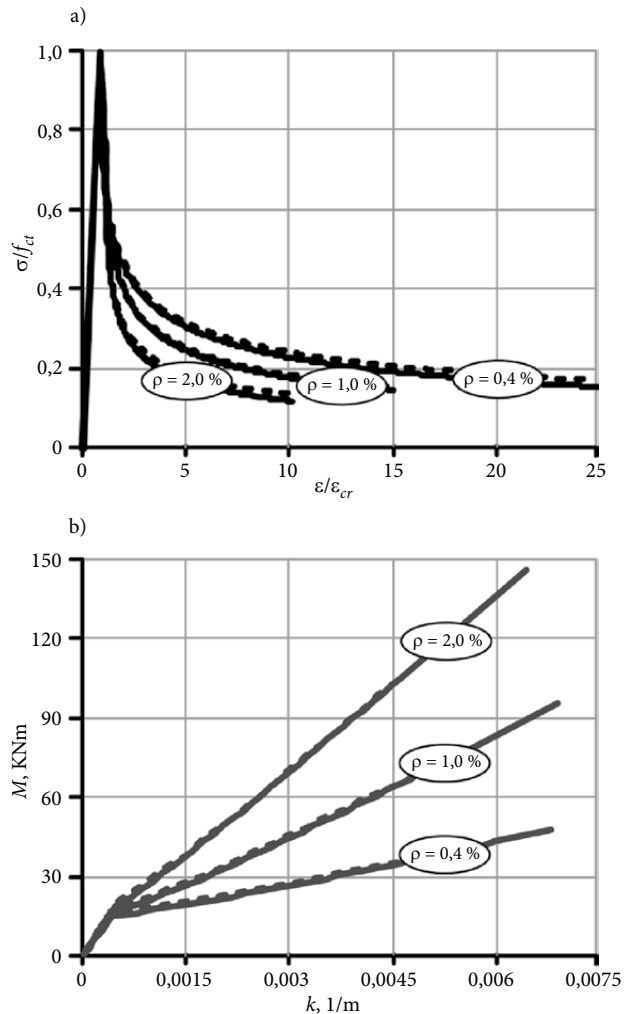
Paminėtina, kad jei elementas nėra armuotas, t. y. $\rho = 0$, (6) priklausomybė betono tempiamojo sustandėjimo neapima.

Būtina pažymėti, kad pasiūlytoji (6) formulė tinkama taikyti lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų intervale.

Skaitinio eksperimento (ištiesinė linija) ir siūlomos priklausomybės (punktyrinė linija) (6) betono tempiamojo sustandėjimo kreivių lyginimo grafikai, esant skirtingiems armavimo koeficientams ρ , parodyti 9 pav., a. Apskaičiuotos momentų ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams ρ , taikant pagal pasiūlytąjį modelį gautas betono tempiamojo sustandėjimo kreives, ir momentų bei kreivių diagramas, apskaičiuotas pagal EC2 metodą (1992), atitinkamai punktyrine bei ištiesine linijomis pateiktos 9 pav., b.

Grafinė analizė (9 pav., a) rodo, kad esant skirtingiems armavimo koeficientams ρ , gauta gera skaitinių eksperimentų bei siūlomos lenkiamojo gelžbetoninio elemento betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybės (6) atitiktis.

9 pav., b, rodo, kad esant skirtingiems armavimo koeficientams ρ , gautas geras EC2 metodo (1992) ir pasiūlytojo modelio (6) skaičiavimo rezultatų sutapimas.



9 pav. Betono tempiamojo sustandėjimo kreivės (a), apskaičiuotos M ir k diagramos (b)

Fig. 9. Tension stiffening curves (a), calculated $M-k$ diagrams (b)

4. Lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrova, kreivių apskaičiavimo metodas

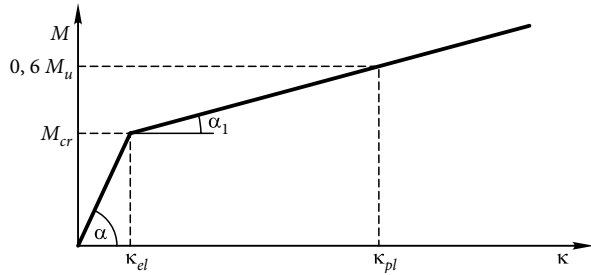
Šiame skyriuje pateikiamas pasiūlytas nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių apskaičiavimo metodas.

Kaip parodyta 10 pav., momentų ir kreivių diagrama sudalijama į dvi tiesines dalis: nesupleišėjusio ir supleišėjusio elemento stadijas. Esant tampriajai stadijai kreiviai κ_{el} apskaičiuojami pagal formulę:

$$\kappa_{el} = \frac{M}{E_c I_{el}}, \quad (8)$$

čia I_{el} – nesupleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento inercijos momentas.

Iš pateiktos diagramos (10 pav.) dydis γ nustatomas remiantis EC2 kreivių skaičiavimo metodu (1992),



10 pav. Lenkiamojo gelžbetoninio elemento M ir κ diagrama
Fig. 10. $M - \kappa$ diagram of the RC element in bending

esant $0,6 M_u$ apkrovos intensyvumo lygiui, ir apskaičiuojamas taip:

$$\gamma = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha} \text{ arba } \gamma = \frac{I_{pl}}{I_{el}}, \quad (9)$$

čia

$$\tan \alpha = E_c I_{el}, \quad (10)$$

$$\tan \alpha_1 = E_c I_{pl}, \quad (11)$$

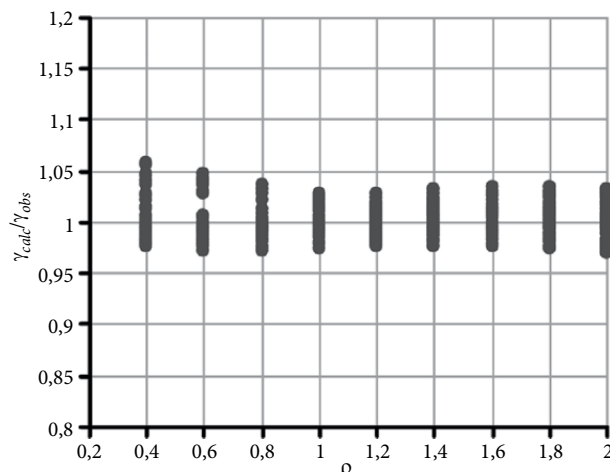
I_{pl} – supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento inercijos momentas.

Tada supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai κ nustatomi taip:

$$\kappa = \frac{M_{cr}}{E_c I_{el}} + \frac{M - M_{cr}}{E_c I_{el} \gamma}. \quad (12)$$

Remiantis skaitinio eksperimento metu gautosiomis momentų ir kreivių diagramomis, esant $0,6 M_u$ apkrovos intensyvumo lygiui, buvo atlikta regresinė analizė koeficientui γ nustatyti:

$$\gamma = -0,033 - \frac{0,354d}{h} - 0,092 \ln \left(\frac{\rho n h}{d} \right) + \frac{0,436d}{h} (\rho n)^{0,4}. \quad (13)$$



11 pav. $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$ kintant armavimo koeficientui ρ

Fig. 11. $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$ for varying reinforcement ratio ρ

Apskaičiuoti elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus ρ , kreiviai, atitinkantys $0,6 M_u$ apkrovos intensyvumo lygį, taikant pasiūlytą bei EC2 (1992) metodus, pateikti 11 pav.

Gautieji rezultatai išreikšti santykiniais dydžiais $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$.

Kaip matyti iš 11 pav., pasiūlytas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas (12 priklausomybė) gerai atitinka EC2 metodo (1992) skaičiavimo rezultatus.

5. Eksperimentinių lenkiamųjų supleišėjusių gelžbetoninių elementų deformacijų skirtingais skaičiavimo metodais analizė

Šiame skyriuje pateikiama lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodų tikslumo analizė.

Be pasiūlytų supleišėjusio betono tempiamojo sustandėjimo modelio (6 priklausomybė) ir metodo apskaičiuoti lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreivę (12 priklausomybė), buvo analizuojami šie normų metodai ir betono tempiamojo sustandėjimo modeliai: EC2 (1992), SP 52-101 (2003), CEB-FIP (1993), STR 2.05.05:2005 (2005), Collins, Mitchell (1991), Fields, Bischoff (2004), Hsu (1993).

Analizės metu buvo panaudoti šešių autorių eksperimentiniai duomenys (iš viso 40 gelžbetoninių sijų). Visos sijos buvo stačiakampio skerspjūvio. Clark, Speirs (1978), Ashour (2000) ir kt. išbandytus elementus galima charakterizuoti kaip vidutiniškai ir stipriai armuotus, o dauguma Figarovskio (1962), Gushcha (1967), Kaklauskas, Gribniak (2005) nagrinėtų sijų buvo silpnai armuotos. Pagrindinės eksperimentinių duomenų geometrinės ir medžiagų charakteristikos pateiktos 2 lentelėje. Kaip matyti, sijų armavimo koeficientas ir betono stipris kito gan plačiai.

Sijų kreiviai buvo apskaičiuoti dešimtyje apkrovos lygių, t. y. $M' = \{0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1\}$, čia M' apskaičiuojamas pagal formulę:

$$M' = (M - M_{cr}) / (M_u - M_{cr}), \quad (14)$$

čia M_u – lenkiamojo gelžbetoninio elemento laikomoji galia, esant armatūros takumo ribai $f_{yd} = 400$ MPa; M_{cr} – pleišėjimo momentas, apskaičiuotas pagal EC2 (1992).

Deformacijų skaičiavimo tikslumas buvo įvertintas santykinėmis paklaidomis $\Delta_{i,n}$:

$$\Delta_{i,n} = x_{calc} / x_{obs}, \quad i = 1; 2; 3 \dots 10, \quad n = 40, \quad (15)$$

čia x_{calc} ir x_{obs} – atitinkamai apskaičiuotos ir eksperimentiniu būdu nustatytos lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos; i -tosios apkrovos M' lygis.

2 lentelė. Pagrindinės gelžbetoninių sijų charakteristikos

Table 2. The main characteristics of RC beams

Autorius	n , vnt.	L_0 , m	h , mm	b , mm	ρ , %	f_{cm} , MPa
Clark, Speirs (1978)	14	3,2	200–500	200	0,44–1,98	23,0–39,6
Kaklauskas, Gribniak (2005)	7	3,0	300	280	0,30	40,7–54,6
Gushcha (1967)	4	3,6	300	150	0,30–0,80	30,9–42,0
Figarovskij (1962)	7	3,0	250	180	0,40–0,90	29,4–37,1
Ashour (2000)	6	3,08	250	200	1,20–2,40	60,8–98,1
Nejadi (2005)	2	3,5	333–348	250	0,50	45,0
Iš viso	40	3,00–3,60	200–500	150–280	0,30–2,40	23,0–98,1

Pastabos: n – elementų kiekis; L_0 – skaičiuojamasis elemento ilgis; h ir b – atitinkamai elemento aukštis ir plotis; ρ – elemento tempiamosios zonos armavimo koeficientas; f_{cm} – betono gniuždomasis stipris

Vertinant skaičiavimo metodų tikslumą, buvo nustatyti santykinės paklaidos $\Delta_{i,n}$ vidurkis m_Δ ir vidutinis kvadratinis nuokrypis s_Δ^2 . Įlinkių apskaičiavimo atitiktis eksperimentiniams duomenims įvertintas taikant pasikliautiniųjų intervalų metodą.

Analizė parodė, kad skaičiavimo tikslumas priklauso nuo tempiamosios zonos armavimo koeficiento ρ . Todėl buvo sudaryti trys analizės intervalai: $\rho < 0,5\%$, $0,5\% \leq \rho \leq 1,0\%$ ir $\rho > 1,0\%$.

Pažymėta, kad didžiausią įtaką visų metodų tikslumui turi elemento tempiamosios zonos armavimo procentas ρ ir apkrovimo intensyvumas. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ($\rho < 0,5\%$) intervale.

Santykinės paklaidos vidurkis ir vidutinis kvadratinis nuokrypis atskiriems metodams atitinkamai kito taip: 0,97–1,74 ir 0,082–0,553 (EC2, 1992), 0,93–2,32 ir 0,736–0,539 (SP 52-101, 2003), 0,94–1,90 ir 0,115–0,984 (STR 2.05.05:2005, 2005), 0,64–1,27 ir 0,097–0,390 (CEB-FIP, 1993), 0,81–1,33 ir 0,086–0,405 (Collins, Mitchell 1991), 0,66–1,90 ir 0,079–0,721 (Fields, Bischoff 2004), 0,92–1,26 ir 0,074–0,280 (Hsu 1993), 0,96–1,75 ir 0,075–0,541 (6 priklausomybė), 1,05–1,69 ir 0,102–0,448 (12 priklausomybė).

Vidutiniškai ir stipriai armuotų lenkiamųjų gelžbetoninių elementų ($\rho > 1,0\%$) santykinės paklaidos vidurkis ir vidutinis kvadratinis nuokrypis atitinkamai buvo: 0,88–1,05 ir 0,066–0,146 (EC2, 1992), 0,86–1,07 ir 0,066–0,170 (SP 52-101, 2003), 0,97–1,03 ir 0,057–0,219 (STR 2.05.05:2005, 2005), 0,83–0,87 ir 0,032–0,112 (CEB-FIP, 1993), 0,86–0,90 ir 0,037–0,108 (Collins, Mitchell 1991), 0,91–1,03 ir 0,059–0,164 (Fields, Bischoff 2004), 0,89–0,90 ir 0,048–0,107 (Hsu 1993), 0,91–1,08 ir 0,050–0,146 (6 priklausomybė), 0,91–0,94 ir 0,068–0,148 (12 priklausomybė).

Nustatyta, kad, taikant pasiūlytąjį betono tempiamojo sustandėjimo modelį, gautą iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų (6 priklausomybė), apskaičiuotieji kreiviai gerai atitinka EC2 skaičiavimo metodikos (1992) rezultatus.

6. Išvados

1. Europos statybos inžinieriai gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimams taikydami Europos normų (EC2) metodą gana tiksliai apskaičiuoja gelžbetoninių elementų deformacijas. Deja, normų metodai negali būti taikomi sudėtingų konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejais. Tokių konstrukcijų analizei taikomi skaitiniai metodai, kuriais gali būti įvertinti sudėtingi gelžbetonio elgsenos aspektai bei netiesinės medžiagų savybės. Europos normos pateikia gniuždomojo betono modelį, tačiau neduoda suplesėjusio tempiamojo betono modelio (dar vadinamo tempiamojo sustandėjimo modeliu), kuris turi didelę įtaką apskaičiuotoms deformacijoms. Todėl projektuotojai negali atlikti sudėtingesnių konstrukcijų įtempimų ir deformacijų būvio analizės, taikydami Europos normų nuostatas.
2. Paprastai tempiamojo sustandėjimo modeliai gaunami iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, o vėliau taikomi skaičiuojant lenkiamuosius elementus. Taip apskaičiuojant lenkiamųjų elementų deformacijas, dažnai daromos nemažos paklaidos. Šiame straipsnyje tempiamojo sustandėjimo modelis, atitinkantis Europos normų nuostatas, buvo gautas iš lenkiamųjų elementų.
3. Tempiamojo sustandėjimo modelis gautas taikant skaitinį eksperimentą iš momentų ir kreivių diagramų, apskaičiuotų pagal Europos normas. Gautasis tempiamojo betono modelis sudarytas iš dviejų

- dalių: kylančios tampriosios ir krintančios, atitinkančios supleišėjusio betono elgseną. Krintančios diagramos dalies forma labiausiai priklauso nuo tempiamojo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
4. Pasiūlyta supleišėjusio betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybė gerai atitinka EC2 skaičiavimo rezultatus (mažai armuotų elementų atveju $\rho < 0,5$ % skaičiavimo paklaida apie 1 %; kitu atveju, kai armavimo koeficientas $\rho > 1,0$ %, skaičiavimo paklaida – iki 2 %).
 5. Pasiūlytas supaprastintas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas.
 6. Pasiūlytas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių nustatymo metodas gerai atitinka EC2 skaičiavimo rezultatus (mažai armuotų elementų atveju $\rho < 0,5$ %, skaičiavimo paklaida apie 1 %; kitu atveju, kai armavimo koeficientas $\rho > 1,0$ %, skaičiavimo paklaida – iki 2 %).
- ### Literatūra
- Ashour, S. A. 2000. Effect of compressive strength and tensile reinforcement ratio on flexural behaviour of high-strength concrete beams, *Engineering Structures* 22(5): 413–423. doi:10.1016/S0141-0296(98)00135-7
- CEB–FIP Model Code 90. 1993. Comité Euro–International du Béton–Fédération Internationale de la Précontrainte, Ed. Telford, T. London.
- Clark, L. A.; Speirs, D. M. 1978. *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load*. Technical Report 42.521, Cement and Concrete Association. 19 p.
- Collins, M. P.; Mitchell, D. 1991. *Prestressed Concrete Structures*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J. 766 p.
- Consideré. 1899. Influence des Armatures Métalliques sur le Propriétés des Mortiers et Béton (Influence of metal reinforcement on the properties of mortar and concrete), *Le Génie Civil* 34(15): 229–233.
- Eurocode No. 2 (EC2). *Design of Concrete Structures, Part General Rules and Rules for Buildings*. Brussels, Belgium. 1992. 230 p.
- Fields, K.; Bischoff, P. H. 2004. Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members, *ACI Structural Journal* 101(4): 447–456.
- Figarovskij, V. V. 1962. *Experimental Investigation of Stiffness and Cracking of Reinforced Concrete Flexural Members Subjected to Short-Term and Long-Term Loading* [Экспериментальное исследование жёсткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов при кратковременном и длительном действии нагрузки]: PhD dissertation. Moscow: NIIZhB. 210 p. (in Russian).
- Gushcha, Yu. P. 1967. *Investigation of Elastic-Plastic Behaviour of Flexural Concrete Beams Reinforced with Deformed Bars* [Исследование изгибаемых железобетонных элементов при работе стержневой арматуры в упруго-пластической стадии]: PhD dissertation. Moscow: NIIZhB. 210 p. (in Russian).
- Hsu, T. C. T. 1993. *Unified Theory of Reinforced Concrete*. CRC Press, Inc. 336 p.
- Kaklauskas, G.; Ghaboussi J. 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests, *Journal of Structural Engineering ASCE* 127(1): 64–73. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:1(64)
- Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2005. Effects of shrinkage on tension stiffening in RC members, in *Proceedings of the fib Symposium Structural Concrete and Time*, Grafikar Sociedad, La Plata, 1: 453–460.
- Nejadi, S. 2005. *Time-Dependent Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete Structures*: PhD dissertation. University of New South Wales. 390 p.
- SP 52-101. 2003. *Concrete and Reinforced Concrete Structures Without Prestressing* [Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры]. Moscow (in Russian).
- STR 2.05.05:2005. 2005. *Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas*. Vilnius: Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija. 121 p.
- Torres, L.; López-Almansa, F.; Bozzo, L. M. 2004. Tension-stiffening model for cracked flexural concrete members, *Journal Structural Engineering* 130(8): 145–155. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1242)

A SHORT-TERM DEFORMATION ANALYSIS METHOD OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

R. Girdžius, G. Kaklauskas, R. Zamblauskaitė, R. Jakubovskis

Abstract. The deformation analysis of cracked reinforced concrete (RC) members is not straightforward and often controversial. The main difficulties arise from the complex structure of concrete matrix, different mechanical properties of concrete and reinforcement, the creep and shrinkage of concrete and tension stiffening. The latter effect is related to intact concrete and reinforcement interaction between cracks. Tension stiffening effect has a significant influence on the results of a short-term deformation analysis of RC members. The present research is aimed at deriving tension-stiffening relationship in accordance with the provisions of the Eurocode 2 technique. Using the inverse technique proposed by the second author, tension-stiffening constitutive laws were derived from the moment-curvature diagrams of RC beams calculated by Eurocode 2. The diagrams were calculated for a number of RC sections having a different amount of tensile reinforcement, the grade of concrete, effective depth and a modulus of steel elasticity. For the above model parameters, 450 moment-curvature diagrams were generated. For each of them, tension-stiffening relationships were obtained. The performed regression analysis led to analytical tension – stiffening relationship, which takes into account the reinforcement ratio, modulus ratio and concrete grade. A simplified short-term deformation analysis method of flexural RC members has been also proposed. This method is based on a bi-linear moment-curvature diagram: elastic and cracked parts. For the cracked part of the moment-curvature diagram, coefficient γ was introduced, which deals with the degradation of stiffness after cracking. An analytical expression was proposed for calculating coefficient γ , which takes into account the effective depth of the beam, reinforcement ratio and modulus ratio. A statistical verification of the proposed models has shown that a good agreement between calculated and experimental results was obtained at service loadings.

Keywords: stress-strain response, bending, cracking, tension-stiffening.

Rokas GIRDŽIUS. A junior research fellow at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. PhD (2005) from VGTU. Research interests: deformation of RC and PC structures.

Gintaris KAKLAUSKAS. Prof., the Head of the Department of Bridges and Special Structures, VGTU, Lithuania. PhD and Dr Habil from VGTU. A recipient of Fulbright Fellowship (for research work at the University of Illinois, Urbana-Champaign, 1996) and Marie Curie Fellowship (experienced researcher category, 2002–2003). A member of the FIB Task Group 4.1 “Serviceability Models”. Research interests: various topics of RC, particularly constitutive modelling and numerical simulation of RC structures.

Renata ZAMBLAUSKAITĖ. Associate Professor at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. PhD (2005) from VGTU. Research interests: deformation of RC and PC structures.

Ronaldas JAKUBOVSKIS. A junior research fellow at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. Research interests: bond of reinforcement in concrete.



Vilniaus Gedimino technikos universitetas
Vilnius Gediminas Technical University



Lietuvos mokslų akademija
Lithuanian Academy of Sciences

ŪKIO TECHNOLOGINIS IR EKONOMINIS VYSTYMAS
TECHNOLOGICAL AND ECONOMIC DEVELOPMENT OF ECONOMY

2007, XIII tomas, Nr. 2

2007, Vol XIII, No 2



Vilnius LEIDYKLA
TECHNIKA 2007

REDAKCIJOS KOLEGIJA

Vyriausiasis redaktorius

Prof. habil. dr. **Edmundas Kazimieras ZAVADSKAS**,
Lietuvos mokslų akademijos narys korespondentas,
Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

Vyriausiojo redaktoriaus pavaduotojas

Prof. habil. dr. **Leonas USTINOVICIUS**,
Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

Atsakingasis sekretorius

Doc. dr. **Jonas ŠAPARAUSKAS**,
Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva

EDITORIAL BOARD

Editor-in-chief

Prof Dr Habil **Edmundas Kazimieras ZAVADSKAS**,
Lithuanian Academy of Sciences,
Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

Deputy editor-in-chief

Prof Dr Habil **Leonas USTINOVICIUS**,
Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

Managing editor

Assoc Prof Dr **Jonas ŠAPARAUSKAS**,
Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

- Prof. dr. **Erik Bejder**, Olborgo universitetas, Fibigerstraede 16, 9220 Olborgas, Danija
- Prof. habil. dr. **Remigijus Čiegis**, Vilniaus universitetas, Muitinės g. 8, LT-44280 Kaunas, Lietuva
- Prof. dr. **Dalė Džemydienė**, M. Romerio universitetas, Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius, Lietuva
- Dr. **Illa Frenkel**, Negevo inžinerijos universitetas, 71 Bazel St., P. O. Box 45, 84100 Beer-Sheva, Izraelis
- Prof. habil. dr. **Romualdas Ginevičius**, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
- Prof. habil. dr. **Igor Kabaškin**, Latvijos mokslų akademijos narys korespondentas, Transporto ir telekomunikacijų institutas, Lomonosovo g. 1, LV-1019 Ryga, Latvija
- Prof. habil. dr. **Artūras Kaklauskas**, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
- Prof. habil. dr. **Oleg Kapliński**, Poznanės technologijos universitetas, Piotrovo 5, 60-965 Poznanė, Lenkija
- Prof. habil. dr. **Vladimir Kirnos**, Ukrainos statybos akademijos narys, Padnieprės valstybinė statybos ir architektūros akademija, Černyševskogo 24a, 320600 Dnepropetrovskas, Ukraina
- Prof. habil. dr. **Ivan Leonovič**, Baltarusijos nacionalinis technikos universitetas, F. Skorino pr. 65, 220013 Minskas, Baltarusija
- Prof. dr. **Roode Liias**, Talino technikos universitetas, Ehitajate tee 5, 19086 Talinas, Estija
- Prof. habil. dr. **Friedel Peldschus**, Leipziger taikomojo mokslo universitetas, Karl-Liebknecht-Strasse 132, 04277 Leipzig, Vokietija
- Prof. dr. **Jose Adriano Gomes Pires**, Braganços politechnikos institutas, Campus de Santa Apolonia – Apartado 1134, 5301-857 Braganca, Portugalija
- Prof. habil. dr. **Henrikas Pranevičius**, Kauno technologijos universitetas, Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas, Lietuva
- Prof. habil. dr. **Michael Reiss**, Štutgarto technikos universitetas, Keplerstraße 17, 70174 Štutgartas, Vokietija
- Prof. habil. dr. **Aleksandras Vytautas Rutkauskas**, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
- Prof. habil. dr. **Leonidas Sakalauskas**, Matematikos ir informatikos institutas, Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius, Lietuva
- Prof. dr. **Šlomo Šafir**, Taikomųjų mokslų universitetas, Zur Schwedenschanze 15, 18435 Štralzundas, Vokietija
- Prof. habil. dr. **Valerij Teličenko**, Maskvos valstybinis statybos universitetas, Jaroslavskoje 26, Maskva, Rusija
- Prof. habil. dr. **Tadeusz Trzaskalik**, Katovicos Karolio Adamieckiego ekonomikos universitetas, Ul 1 Maja 50, 40-287 Katowica, Lenkija
- Prof. Dr. **Milan Vlček**, Brno technologijos universitetas, Veveri 95, 60200 Brno, Čekijos Respublika
- Prof Dr **Erik Bejder**, Aalborg University, Fibigerstraede 16, 9220 Aalborg, Denmark
- Prof Dr Habil **Remigijus Čiegis**, Vilnius University, Muitinės g. 8, LT-44280 Kaunas, Lithuania
- Prof Dr **Dalė Džemydienė**, M. Romeris University, Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius, Lithuania
- Dr **Illa Frenkel**, Negev Academic College of Engineering, 71 Bazel St., P.O. Box 45, 84100 Beer-Sheva, Israel
- Prof Dr Habil **Romualdas Ginevičius**, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania
- Prof Dr Habil **Igor Kabashkin**, Member of Latvian Academy of Science, Transport and Telecommunication Institute, Lomonosova Iela 1, LV-1019 Riga, Latvia
- Prof Dr Habil **Artūras Kaklauskas**, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania
- Prof Dr Habil **Oleg Kapliński**, Poznan University of Technology, Piotrovo 5, 60-965 Poznan, Poland
- Prof Dr Habil **Vladimir Kirnos**, Pridneprovskaya State Academy of Civil Engineering and Architecture, Chernishevskogo 24a, 320600 Dnepropetrovsk, Ukraine
- Prof Dr Habil **Ivan Leonovich**, Belarus National Technical University, F. Skorina pr. 65, 220013 Minsk, Belarus
- Prof Dr **Roode Liias**, Tallinn Technical University, Ehitajate tee 5, 19086 Tallinn, Estonia
- Prof Dr Habil **Friedel Peldschus**, Leipzig University of Applied Science, 132 Karl Liebknecht St, 04277 Leipzig, Germany
- Prof Dr **Jose Adriano Gomes Pires**, Polytechnic Braganca, Campus de Santa Apolonia – Apartado 1134, 5301-857 Braganca, Portugal
- Prof Dr Habil **Henrikas Pranevičius**, Kaunas University of Technology, Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas, Lithuania
- Prof Dr Habil **Michael Reiss**, Stuttgart Technical University, 17 Kepler St, 70174 Stuttgart, Germany
- Prof Dr Habil **Aleksandras Vytautas Rutkauskas**, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania
- Prof Dr Habil **Leonidas Sakalauskas**, Institute of Mathematics and Informatics, Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius, Lithuania
- Prof Dr **Shlomo Shafir**, University of Applied Sciences, Zur Schwedenschanze 15, 18435 Stralsund, Germany
- Prof Dr Habil **Valerij Teličenko**, Moscow State University of Construction, Jaroslavskoje 26, Moscow, Russia
- Prof Dr Habil **Tadeusz Trzaskalik**, The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, Ul 1 Maja 50, 40-287 Katowice, Poland
- Prof Dr **Milan Vlček**, Brno technical university, Veveri 95, 60200 Brno, Czech Republic

Turiny's Contents

Juozas Atkočiūnas, Dovilė Merkevičiūtė, Artūras Venskū, Juozas Nagevičius PRISITAIKANČIŲJŲ SANTVARŲ OPTIMIZAVIMO UŽDAVINIŲ MATEMATINIAI MODELIAI JUDAMOSIOS APKROVOS ATVEJU MATHEMATICAL MODELS FOR OPTIMAL SHAKEDOWN TRUSSES DESIGN PROBLEMS IN CASE OF MOVING LOAD	93
Žygmantas Blaževičius ON THE ADAPTABILITY OF CONCRETE-FILLED STEEL TUBULAR COLUMNS IN THE LIGHT OF THE POST-FIRE TESTING RESULTS Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zambauskaitė CENTRIŠKAI TEMPIAMO GELŽBETONINIO ELEMENTO BETONO ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ PRIKLAUSOMYBĖ PAGAL EC2 STRESS-STRAIN RESPONSE OF REINFORCED CONCRETE MEMBER SUBJECTED TO AXIAL TENSION	100 109
Yossi Hadad, Zohar Laslo, Avner Ben-Yair SAFETY IMPROVEMENTS BY ELIMINATING HAZARDOUS COMBINATIONS Donatas Jatulis, Algirdas Juozapaitis, Zenonas Kamaitis PLIENINIO STIEBO SU KOMBINUOTOSIOMIS ATOTAMPOMIS TECHNINIS EKONOMINIS VEIKSMINGUMAS TECHNICAL AND ECONOMICAL EFFECTIVENESS OF THE COMBINED GUYS MAST	114 120
Algirdas Juozapaitis, Gintas Šaučiūnėnas, Juozas Nagevičius REKONSTRUOJAMŲ PĖSČIŲJŲ PLIENINIŲ VIADUKŲ PASPYRINĖS KONSTRUKCIJOS STRUT-FRAMED BEAM STRUCTURE FOR RECONSTRUCTION OF PEDESTRIAN BRIDGES	126
Andrejus Karablikovas KLIAVIMO SIŪLIŲ TARP STOGO DANGOS IŠ RITINIŲ PRILYDOMŲJŲ MEDŽIAGŲ SLUOKSNIŲ FORMAVIMO IR JŲ PARAMETRŲ TYRIMAS RESEARCH ON SEAMS FORMATION BETWEEN THE LAYERS OF GLUED BITUMINOUS ROOFING MEMBRANES AND ANALYSIS OF THEIR PARAMETERS	134
Violeta Keršulienė TAIKAUS GINČŲ, KILUSIŲ TARP UŽSAKOVO IR RANGOVO, SUREGULIAVIMO GALIMYBĖS IKITEISMINIU ETAPU POSSIBILITIES OF CLIENTS AND CONTRACTOR'S DISPUTES SETTLEMENT AT THE PRETRIAL STAGE	139
Иван Иосифович Леонович, Елена Викторовна Кашевская ВЫБОР КРИТЕРИЕВ МОНИТОРИНГА ПРОЦЕССОВ НА ОПЕРАТИВНОМ УРОВНЕ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ SELECTION OF CRITERIA FOR PROCESS MONITORING AT THE OPERATIVE LEVEL OF ROAD QUALITY MANAGEMENT	144
Viačeslavas Šaraškinas, Balys Valiūnas KABAMOSIOS TRILANKSTĖS KONSTRUKCIJOS IŠ BETONŠERDŽIŲ TUŠČIAVIDURIŲ VAMZDINIŲ PLIENO STRYPŲ BANDYMAS IR SKAIČIAVIMAS TESTING AND CALCULATING THREE-HINGE SUSPENSION STRUCTURES OF HOLLOW CONCRETE-FILLED STEEL TUBULAR MEMBERS	153
Dalia Štreimikienė, Rimantas Pareigis ATSINAUJINANČIŲ ENERGIJOS IŠTEKLIŲ NAUDOJIMO SKATINIMAS LIETUVOJE PROMOTION OF USE OF RENEWABLE ENERGY SOURCES IN LITHUANIA	159
Egidijus R. Vaidogas and Virmantas Juocevičius ASSESSING EXTERNAL THREATS TO STRUCTURES USING LIMITED STATISTICAL DATA: AN APPROACH BASED ON DATA RESAMPLING RECENZION	170

The papers published in „Technological and Economic Development of Economy“ are abstracted by:

EBSCO (Business Source Complete; Business Source Premier; Current Abstracts)

IRBdirect (ICONDA (International CONstruction Database – the CIB international database))

SCOPUS – Elsevier Bibliographic Databases

CSA – Cambridge Scientific Abstracts (METADEX; Materials Business File; Engineered Materials Abstracts; Ceramics; Composites Industry Abstracts; Advanced Polymers Abstracts; Corrosion Abstracts; Copper Data Center Database; Ceramic Abstracts/World Ceramics Abstracts; Aluminium Industry Abstracts; Solid State and Superconductivity Abstracts; Electronics and Communications Abstracts; Computer and Information Systems Abstracts; Aerospace & High Technology Database; Mechanical & Transportation Engineering Abstracts; Earthquake Engineering Abstracts; CSA/ASCE Civil Engineering Abstracts

VGTU-TECHNIKA





CENTRIŠKAI TEMPIAMO GELŽBETONINIO ELEMENTO BETONO ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ PRIKLAUSOMYBĖ PAGAL EC2

Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zamblauskaitė

*Tiltų ir specialiųjų statinių katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
El. paštas bridge@st.vgtu.lt
Įteikta 2007-01-15; priimta 2007-06-07*

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjama tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos ir poslinkio priklausomybė pagal EC2 [1]. Pasiūlyta nauja supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempčių ir deformacijų priklausomybė nuo betono klasės, armatūros tamprumo modulio ir armavimo koeficiento. Gauti rezultatai palyginti su skaitiniais eksperimentais ir kitų autorių pasiūlytais skaičiavimo metodais.

Reikšminiai žodžiai: betonas, įtempiai, deformacijos, ašinė jėga, pleišėjimas.

STRESS-STRAIN RESPONSE OF REINFORCED CONCRETE MEMBER SUBJECTED TO AXIAL TENSION

Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zamblauskaitė

*Dept of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania
E-mail: bridge@st.vgtu.lt*

Received 15 January 2007; accepted 7 June 2007

Abstract. This paper discusses the load and deflection relationship of reinforced concrete members subjected to axial tension. A new tension stiffening relationship depending on tensile strength of concrete, reinforcement ratio, and the ratio of modulus of elasticity of steel and concrete has been proposed. The results obtained were compared with the numerical test data and the formulas proposed by other authors.

Keywords: concrete, stress-strain response, axial force, cracking.

1. Įžanga

Dar devyniolikto šimtmečio pabaigoje atlikti tempiamųjų armuotų prizmių bandymai [2] parodė, kad šių bandinių vidutinės deformacijos buvo daug mažesnės už armatūros strypų (be betono) deformacijas. Tai buvo aiškina ma supleišėjusio betono gebėjimu atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių. Tas ir lėmė bendrą elemento standumo padidėjimą.

Vertinant šį reiškinį pagal Euronormų (EC2) [1] skaičiavimo metodą, gelžbetoniniame elemente išskiriami nesupleišęję ir supleišęję ruožai. Kai yra nesupleišęjęs gelžbetoninis elementas, imama, kad armatūra yra visiškai su-

kibusi su betonu, t. y. armatūra ir betonas deformuojasi kartu. Supleišėjusiame elemente plyšio vietoje visą tempimo jėgą atlaiko armatūra, o tarp plyšių – armatūra ir betonas. Kadangi armatūra praslysta betone, tai tempimo jėga, kurią ji perima, kinta elemento ilgiu.

Tempiamojo gelžbetoninio elemento poslinkiai skaičiuojami darant prielaidą, jog deformacijos tempiamojo elemento ilgiu pasiskirsčiusios tolygiai. Jos gaunamos, imant deformacijų vidurkį plyšio vietoje ir tarp jų. Toks deformacijų vidurkis įvertinamas viso elemento ilgio atžvilgiu.

Šiame straipsnyje, remiantis EC2 [1] tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos-poslinkio funkcija, pasiūlyta

nauja supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir deformacijų priklausomybė. Ji gauta, taikant vidutinių deformacijų modelį, ir palyginta su kitų autorių skaičiavimo metodais [3–6].

2. Centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento apkrovos-poslinkio priklausomybė pagal EC2 skaičiavimo metodą [1]

Pagal EC2 [1] (1 pav.) supleišėjusio tempiamojo gelžbetoninio elemento vidutinė deformacija apskaičiuojama taip:

$$\epsilon_m = (1 - \xi)\epsilon_{s1} + \xi\epsilon_{s2}, \quad (1)$$

čia: ϵ_{s1} ir ϵ_{s2} – atitinkamai tempiamojo gelžbetoninio elemento nesupleišėjusio ir supleišėjusio ruožų deformacijos; ξ – interpoliacijos koeficientas:

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_{c1} = \frac{P}{E_c(A_c + \alpha A_s)}, \quad (2)$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{P}{E_s A_s}, \quad (3)$$

$$\xi = 1 - \left(\frac{P_{cr}}{P} \right)^2 \quad (\text{kai } P > P_{cr}), \quad (4)$$

čia: A_c ir A_s – atitinkamai betono bei armatūros skerspjūvių plotai; $\alpha = E_s / E_c$ – armatūros (E_s) ir betono (E_c) tamprumo modulių santykis; P – išorinė apkrova; P_{cr} – pleišėjimo apkrova nustatoma pagal šią formulę:

$$P_{cr} = f_{ct}(A_c + \alpha A_s), \quad (5)$$

čia: f_{ct} – tempiamasis betono stipris.

3. Centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento betono įtempių skaičiavimas

Bet kurioje centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento apkrovimo stadijoje išorinę apkrovą (P) perima armatūra ir betonas (2 pav.):

$$P = \bar{N}_s + \bar{N}_c, \quad (6)$$

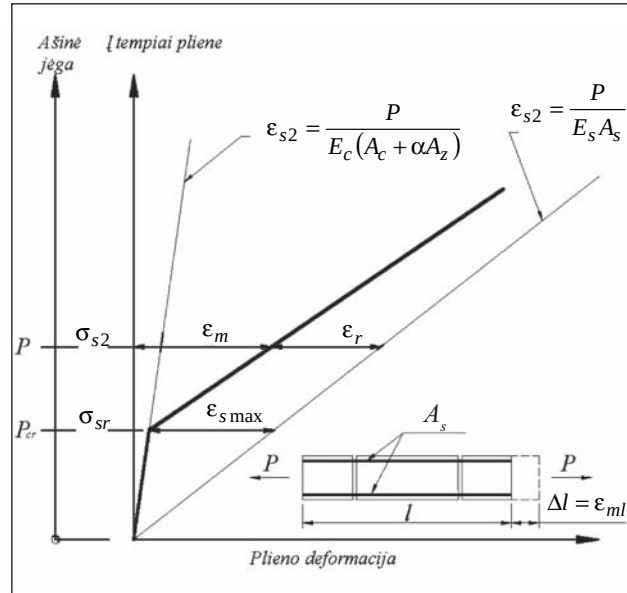
čia: $\bar{N}_s$ ir $\bar{N}_c$ – atitinkamai armatūros bei betono vidutinė įrąža:

$$\bar{N}_s = A_s E_s \epsilon_m, \quad (7)$$

$$\bar{N}_c = P - \bar{N}_s. \quad (8)$$

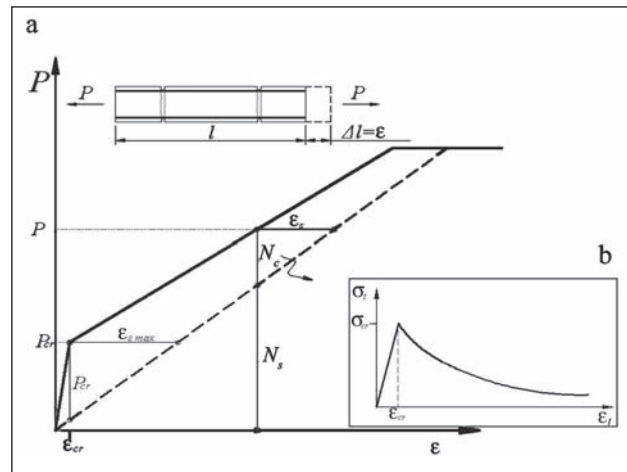
Tuomet vidutiniai tempiamojo betono įtempiai apskaičiuojami pagal išraišką:

$$\sigma_t = \frac{P - A_s E_s \epsilon_m}{A_c}. \quad (9)$$



1 pav. Apkrovos-deformacijos grafikas pagal EC2 [1]

Fig 1. A relationship of load versus steel strain according to EC2 [1]



2 pav. Tempiamojo elemento elgsena: a – tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos-poslinkio grafikas; b – $\sigma_t - \epsilon_t$ priklausomybė

Fig 2. Behaviour of tensile member: a – load-strain diagram; b – $\sigma_t - \epsilon_t$ curve

Supleišėjusio elemento betonui tenkanti vidutinė įrąža kartais įvertinama taip [3–6]:

$$\bar{N}_c = \beta P, \quad (10)$$

čia β – koeficientas, priklausantis nuo tempimo įtempių supleišėjusiam betone.

Yra pasiūlyta keletas koeficiento β , charakterizuojančio tempiamojo betono darbą tarp plyšių, priklausomybių [3–6]:

$$\beta = (1 + \sqrt{500\epsilon_m})^{-1} \quad (\text{Collins ir Mitchel [7]}), \quad (11)$$

$$\beta = (\epsilon_{cr} / \epsilon_m)^{0,4} \quad (\text{Belarbi ir Hsu [6]}), \quad (12)$$

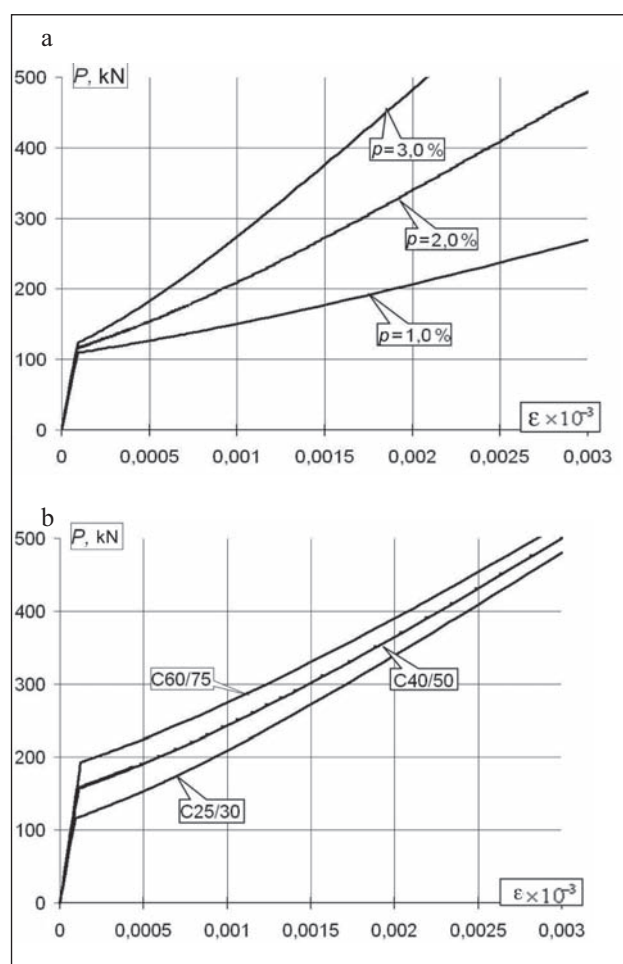
$$\beta = e^{-800(\epsilon_{sf} - \epsilon_{cr})} \quad (\text{P. H. Bischoff [3, 4]}), \quad (13)$$

čia: ϵ_{sf} – armatūros deformacija; ϵ_{cr} – betono pleišėjimo deformacija.

Priklausomybės (11–13) rodo $\sigma_t - \epsilon_t$ diagramos kintamąją dalį (2 pav., a).

4. Skaitinis eksperimentas

Skaitiniame eksperimente išnagrinėti 135 gelžbetoniniai elementai, turintys skirtingą armavimo koeficientą ($p = 0,4; \dots 3,0 \%$), betono klasę (C25/30, C40/50 ir C60/75) bei armatūros tamprumo modulį (190, 200 ir 210 GPa). Šių elementų apkrovos ir deformacijos diagramų pavyzdžiai parodyti 3 pav.



3 pav. Centriškai tempiamų gelžbetoninių elementų apkrovos-poslinkių priklausomybės nuo: a – armavimo koeficiento; b – betono klasės

Fig 3. Dependence of load-strain relationships on: a – reinforcement ratio; b – concrete grade

Supleišėjusio tempiamojo betono darbas tarp plyšių modeliuojamas vidutinių įtempių-deformacijų diagrama, gauta iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaitinių eksperimentų. Pritaikius (9) išraišką, gautos santykinų įtempių σ / σ_{cr} ir santykinų deformacijų ϵ / ϵ_{cr} priklausomybės (4 pav.) nuo armavimo koeficiento, tempiamojo betono stiprio bei armatūros tamprumo modulio.

Atlikus regresinę analizę nustatyta, kad didžiausią įtaką $\sigma_t - \epsilon_t$ priklausomybei turi armavimo koeficientas (p), tempiamasis betono stipris (f_{ctm}) bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykis (α). Tempiamųjų gelžbetoninių elementų skerspjūvio matmenys rezultatams įtakos neturi.

5. Empirinė centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento $\sigma_t - \epsilon_t$ priklausomybė pagal EC2 [1]

Įvertinant supleišėjusio tempiamojo gelžbetoninio elemento darbą tarp plyšių, svarbu, kad jo deformacijų apskaičiavimo metodas būtų tikslus ir paprastas. Kaip buvo minėta, didžiausią įtaką $\sigma_t - \epsilon_t$ priklausomybei turi armavimo koeficientas (p) ir betono charakteringasis stipris (f_{ck}).

Atlikus skaitinio eksperimento rezultatų analizę nustatyta, kad $\sigma_t - \epsilon_t$ diagramos (5 pav.) krintančiąją dalį galima aprašyti tokia priklausomybe:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cr}} \right)^B}, \quad (14)$$

čia A ir B – koeficientai.

Skaičiavimams supaprastinti, koeficiento B reikšmė imta nekintama, t. y. $B = 1,15$. Koeficientas A nustatomas taip:

$$A = 0,0022 \cdot (2p\alpha - 1). \quad (15)$$

Pateiktame 5 pav. vidutinių betono įtempių-deformacijų kreivę sudaro dvi dalys. Jos kylančioji dalis apibūdina nesupleišėjusio tempiamojo betono darbą, krintančioji akumuliuoja pleišėjimo ir betono darbo tarp plyšių efektus.

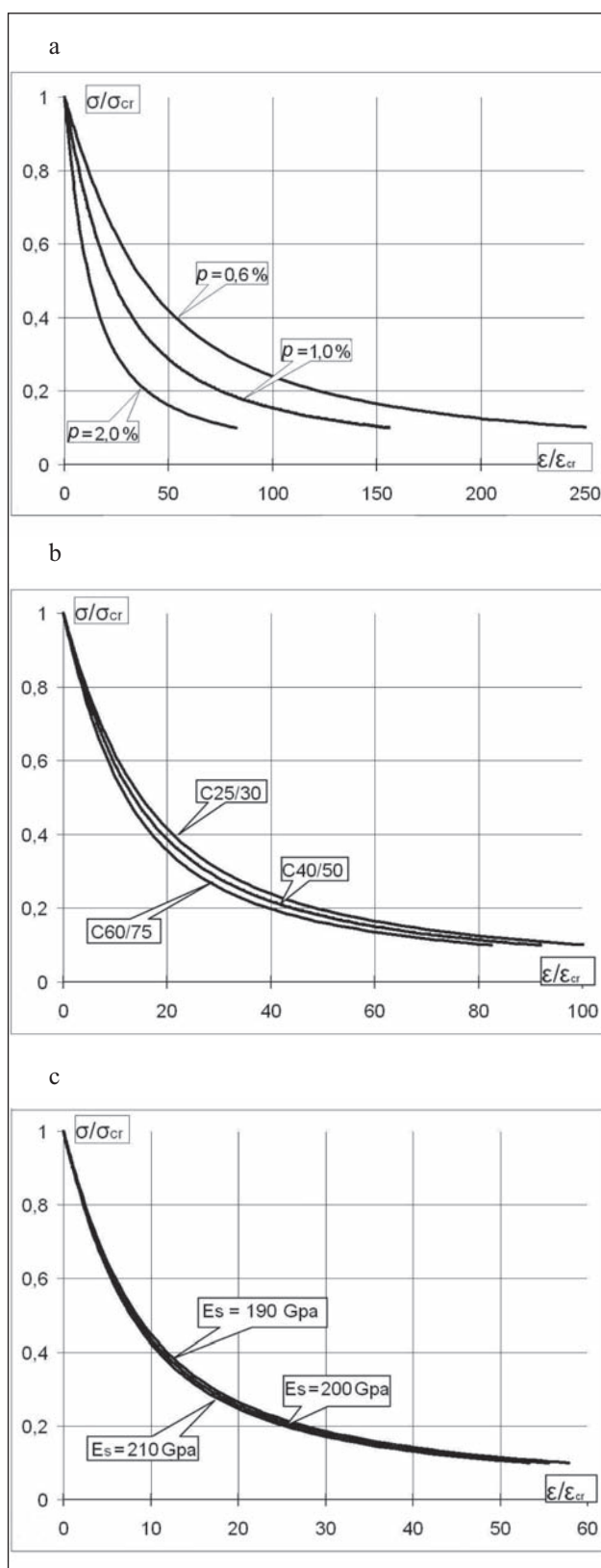
Supleišėjusio tempiamojo betono įtempių, nustatytų skaitiniu būdu bei apskaičiuotų pasiūlytąja (14) išraišką, priklausomybė nuo deformacijų skirtingoms betono klasėms bei armavimo koeficientams pateikta 6 pav.

7 pav. parodyta siūlomosios priklausomybės paklaida, lyginant su gautąja iš skaitinio eksperimento. Kaip matyti, imant įvairias armavimo koeficiento ir deformacijų reikšmes, paklaida nesiekia 2 %. 8 pav. siūlomoji priklausomybė (14), imant $p = 1 \%$ ir $\alpha = 5,87$, palyginta su kitų autorių kreivėmis.

6. Išvados

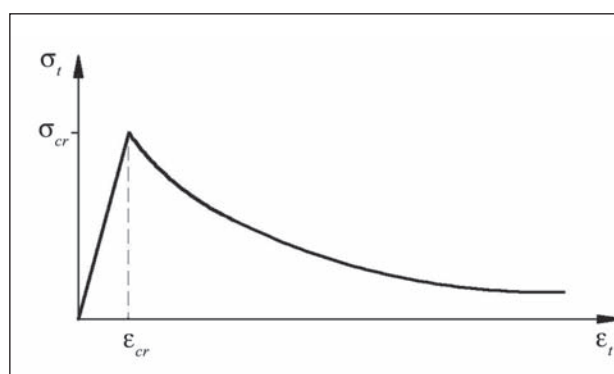
1. Pasiūlyta centriškai tempiamo supleišėjusio gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2 [1].

2. Nustatyta, kad supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir deformacijų priklausomybė priklauso



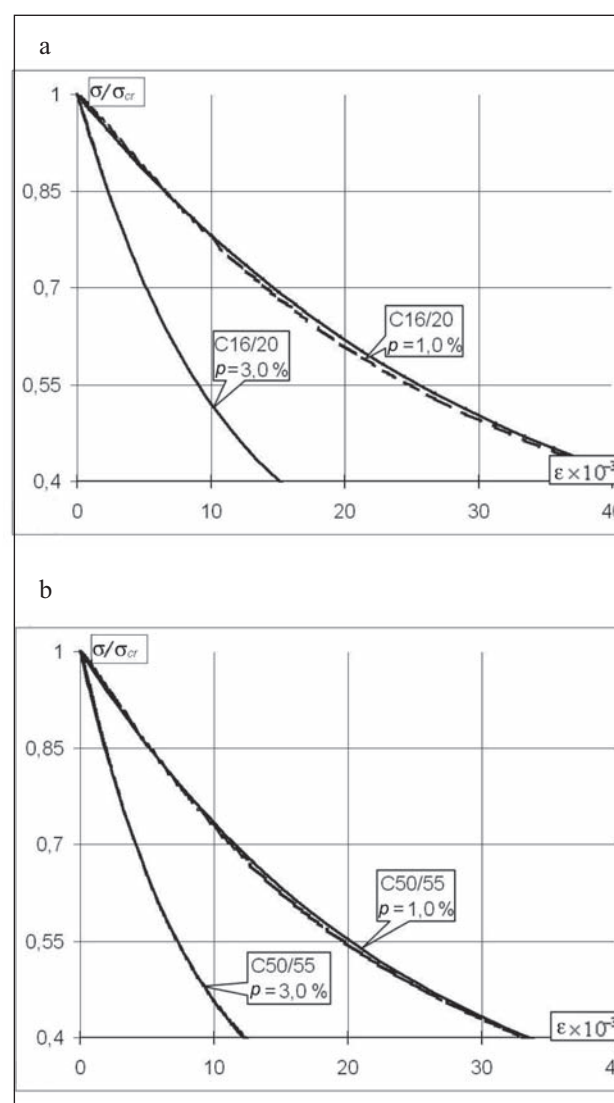
4 pav. Centriškai tempiamų gelžbetoninių elementų σ/σ_{cr} ir ϵ/ϵ_{cr} priklausomybės nuo: a – armavimo koeficiento; b – tempiamojo betono stiprio; c – armatūros tamprumo modulio

Fig 4. Dependence of derived σ/σ_{cr} and ϵ/ϵ_{cr} relationships on: a – reinforcement ratio; b – tensile strength of concrete; c – elasticity modulus of reinforcement



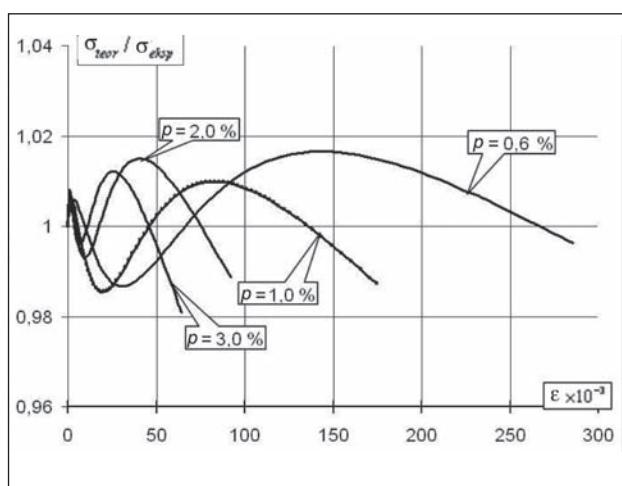
5 pav. Centriškai tempiamų gelžbetoninių elementų $\sigma_t - \epsilon_t$ priklausomybė pagal pasiūlytąją (14) išraišką

Fig 5. Proposed tension stiffening relationship (14)



6 pav. Skaitiškai nustatytų (— — —) ir pagal (14) formulę (—) apskaičiuotų betono įtempių priklausomybė nuo deformacijų

Fig 6. A dependences of concrete stresses obtained according to (14) formula and these stresses calculated by numerical method on strain of axial tension concrete member



7 pav. Pasiūlytosios formulės (14) paklaida kintant deformacijai

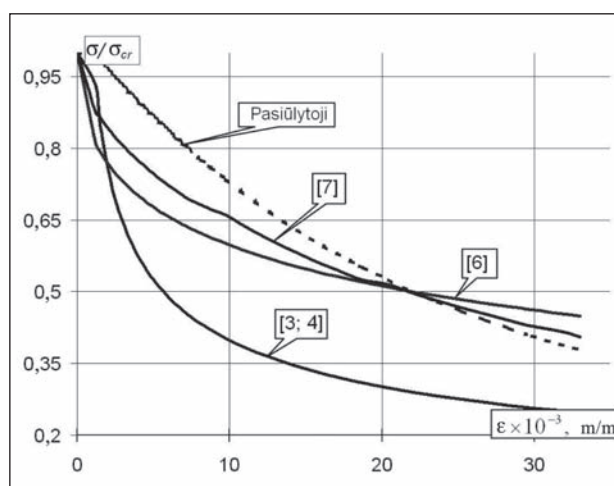
Fig 7. Errors of formula (14) with varying strain

nuo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.

3. Pasiūlytoji supleišėjusio centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų diagrama gerai atitinka skaitinio eksperimento rezultatus (paklaida neviršija 2 %).

Literatūra

1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. Pr-EN 1992-1, 2004. 230 p.
2. Considere. Influence des armatures metalliques sur le proprietes des mortiers et beton (Influence of Metal Reinforcement on the Properties of Mortar and Concrete). *Le Genie Civil*, 1899, 34(15), p. 229–233.



8 pav. Skirtingų supleišėjusio betono įtempių-deformacijų kreivių lyginimas

8 figure. Stress-strain diagrams proposed by different authors

3. BISCHOFF, P. H. Effects of Shrinkage on Tension Stiffening and Cracking in Reinforced Concrete. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2001, 28(3), p. 363–374.
4. BISCHOFF, P. H. Tension Stiffening and Cracking of High-Strength Reinforced Concrete Tension Members. *ACI Structural Journal*, 2004, 101(4), p. 447–456.
5. GHALI, A.; FAVRE, R. *Concrete Structures: Stresses and Deformations*. 2nd Edition, E&FN Spon, London, 1994. 444 p.
6. COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. *Prestressed concrete structures*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1991. 766 p.
7. TORRES, L. I.; LOPEZ-ALMANSA, F.; BOZZO, L. M. Tension-Stiffening Model for Cracked Flexural Concrete Members. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 2004, p. 1243–1251.

Rokas GIRDŽIUS. Younger science employer at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. Research interests: deformation of RC and PC structures.

Gintaris KAKLAUSKAS. Professor and Head of Dept of Bridges and Special Structures at VGTU, Lithuania. PhD and Dr Habil at VGTU. Recipient of Fulbright Fellowship (for research work at the University of Illinois, Urbana-Champaign, 1996) and Marie Curie Fellowship (experienced researcher category, 2002-2003). Member of the FIB Task Group 4.1 “Serviceability Models”. Research interests: various topics of RC, particularly constitutive modelling and numerical simulation of RC structures.

Renata ZAMBLAUSKAITĖ. Younger science employer at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. PhD (2005) at VGTU. Research interests: deformation of RC and PC structures.

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

8-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos
„LIETUVA BE MOKSLO –
LIETUVA BE ATEITIES“,
įvykusios Vilniuje 2005 m. kovo 24–25 d., medžiaga

STATYBA

Vilnius



2005

UDK 69 (474.5) (06)
Li-147

8-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“, įvykusios Vilniuje 2005 m. kovo 24-25 d., medžiaga. STATYBA. Vilnius: Technika, 2005. 364 p.

Leidinyje pateikta pranešimų, skaitytų jaunųjų mokslininkų konferencijoje (sekcija "Statyba"), įvykusioje Vilniuje 2005 m. kovo 24-25 d., medžiaga. Pagrindinės konferencijos pranešimų temos – pastatų ir statinių konstrukcijų projektavimas; statybinių konstrukcijų skaičiavimo metodai; statybinės medžiagos ir jų technologija; konstrukcijų optimizavimas ir skaičiavimo metodai; geotechnika; sprendimų priėmimas statyboje; kokybės valdymas; statybos vadyba ir ekonomika; pastatų ūkio valdymas; pastatų ir konstrukcijų gaisrinė sauga; ergonominiai tyrimai ir žmonių sauga.

REDAKCINĖ KOLEGIJA:

J. Parasonis, J. Atkočiūnas, A. K. Kvedaras, A. Kaklauskas, G. Kaklauskas, R. Mačiulaitis, L. Ustinovičius, P. Vainiūnas, R. Šukys, V. Stragys

Ats. redaktorius A. Šneideris

Knygos leidybą rėmė Lietuvos valstybinis mokslo ir studijų fondas

Straipsnių autorių kalba ir stilius netaisyti

VG TU leidyklos „Technika“ 1180 mokslo literatūros knyga

ISBN 9986-05-893-7

© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2005

© VG TU leidykla „Technika“, 2005

TURINYS

SEKCIJA S1

STATYBINĖS MEDŽIAGOS IR DIRBINIAI, SAUGOS INŽINERIJA IR ERGONOMIKA

A. Buska, A. Gailius Akmenų vatos plokščių gniuždomojo įtempio nustatymas pagal skirtingus standartus	3
G. Čekauskaitė Normalaus betono sudėties parinkimo metodai ir jų palyginimas	12
S. Gaidučis Tankių silikatinių gaminių savybių tyrimai	18
D. Gurevičius Optimizacijos metodų taikymas saugos inžinerijoje	23
J. Igokaitė, D. Mikulskis Rišamosios medžiagos sudėties įtaka aktyto betono fizikinėms-mechaninėms savybėms	29
L. Kelpšienė, M. Pelikša Stiprių lenkiant ir centriškai tempiant sąryšis	35
O. Kizinievič Gamybinės atliekos panaudojimas statybinėje keramikoje	41
V. Kizinievič Technologinių veiksmų įtaka keraminių mūro gaminių atsparumui šalčiui	47
M. Kligys, S. Ablingytė Plastifikuojančių priedų įtaka betono mišinio reologinėms savybėms	53
K. Liubinas Keraminių fasadų Lietuvoje problema ir jos sprendimo kelias	59
A. Mačiūnas, I. Vygelytė Priedų įtaka betono kietėjimo kinetikai	66
J. Malaiškienė Degimo temperatūros įtaka kai kurioms keramikos savybėms	72
L. Marčiulaitytė Pastatų prieigų laiptų ir pandusų problemos nagrinėjimas mokslinėje literatūroje	77
M. Poplavskaja, R. Žurauskienė Stambių užpildų įtaka normalaus betono savybėms	83
J. Pranckevičienė Sukėpusios keraminės šukės iš lengvai lydžių molių gamybos galimybių analizė	89
J. Rečiūnas, D. Nagrockienė Vandens įgeriamumo priklausomybė nuo skiedinio sudėties	95

A. Sakalauskaitė

Statybos produktų direktyvos 89/106/EEC reikalavimai ir jų įgyvendinimas Europoje ir Lietuvoje	101
L. Sivinska Sausų statybinių mišinių sudėties įtaka jų savybėms	107
P. Šaranda Keraminių gaminių deformacinių rodiklių kitimų tyrimas	113
S. Šaulys Statybose dirbančių inžinierių darbo ergonomiškumo ir darbinio J. Šnioka, A. Gailius Pastatų šiluminio sistemų efektyvumas ir jų palyginimas	119
gyvenimo kokybės tyrimas	125
S. Vaitkus Polistireninio putplasčio plokščių stipruminių savybių prognozavimas	131
J. Vėjelienė, S. Vaitkus Aktyto betono panaudojimo galimybės statyboje	137
A. Vinickas, D. Nagrockienė Betono gaminių užsipildymo vandeniū kinetika	142
D. Žvirblis, D. Mikulskis Aktyto betono savybių priklausomybė nuo jo tankio	148

SEKCIJA S2

STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS, GEOTECHNIKA, KONSTRUKCIJŲ MECHANIKA

P. Bagdonas Žiedinio skerspjuvio gelžbetoninių kolonų veikiamų kintamos horizontalios apkrovos eksperimentinis tyrimas	154
I. Dapševičiūtė, R. Janulevičius, M. Popov, J. Stankevičius Metalinių konstrukcijų projektavimo ir skerspjuvių optimizavimo kompiuterinės technologijos	161
B. Dervinis Plieninių dvitėjų perforuotųjų sijų optimalaus aukščio nustatymas	169
R. Girdžius, V. Gribniak Betono traukimosi įtaka tempiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms	177
V. Gribniak, R. Girdžius Baigtinių elementų (BE) dydžio ir formos įtaka tempiamųjų g/b elementų deformacijų skaičiavimo rezultatams	181

6 pav. pavaizduota apkrovos, kurią gali atlaikyti sija, priklausomybė nuo liaunio. Iš šiam grafike pateiktų duomenų matyti, kad didžiausią apkrovą sija atlaiko nebūtinai būdama optimalaus liaunio.

5. Išvados

Šiame straipsnyje buvo atlikta perforuotų sijų su šešiakampės formos perforacijomis analizė, naudojant baigtinių elementų metodą. Siekta nustatyti koks turėtų būti optimalus sijos sienelės liaunis esant sijos ilgiui 12 m ir jos sienelės storiui 5 mm. Nustatyta, kad:

1. Kuo didesnis sijos liaunis tuo sijos medžiaga efektyviau panaudojama.
2. Didžiausią apkrovą laiko nebūtinai optimalaus liaunio sija.
3. Geriau naudoti optimalaus liaunio sijas tankiau negu sijas, kurios laiko didesnę apkrovą, bet rečiau.
4. Galima sudaryti daugiau tokių grafikų kaip 4 pav. ir 5 pav. sijoms su kitais ilgiais ir sienelės storiais.
5. Tokio tipo grafikai kaip 4 pav. ir 5 pav. gali labai palengvinti optimalių plieninių perforuotųjų sijų projektavimą.

Literatūra:

1. Biruliov V. V., Koshin I. I., Krylov I. I., Silvestrov A. V. Design of steel structures. (Проектирование металлических конструкций. Специальный курс), Leningrad: Strojizdat, 1990. 432 p. (in Russian).

Rokas Girdžius, Viktor Gribniak

Doktorantai, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11

BETONO TRAUKIMOSI ĮTAKA TEMPIAMŲJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ DEFORMACIJOMS

Effects of shrinkage on tension stiffening in RC tensile members

Keywords: Reinforced concrete, shrinkage, tension stiffening.

Abstract. This paper discusses influence of shrinkage of concrete on tension stiffening effect of tensile reinforced concrete members. A numerical procedure has been proposed for investigation of this effect.

1. Įvadas

Betono traukimas – jo laisvas tūrio mažėjimas laike dėl kietėjimo metu vykstančios cemento hidratacijos bei drėgnumo kaitos. Šios deformacijos labiausiai pasireiškia pirmų metų bėgyje: jau po mėnesio betonas igauna 40%, o po metų – 90% galutinės traukimosi deformacijos.

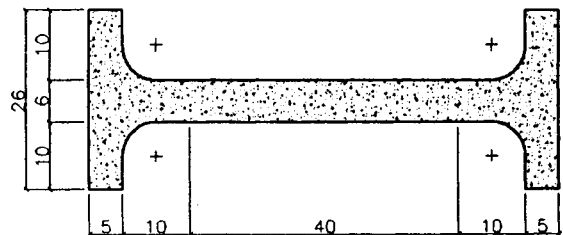
Supleišėjusio tempiamojo betono fiziniai modeliai paprastai yra klaidingai išvedami iš eksperimentinių tempiamųjų gelžbetoninių elementų rezultatų, iškraipomų betono traukimosi. Betono traukimosi deformacijų paveiktame gelžbetoniniame elemente keičiasi įtempimų būvis, mažėja atsparumas pleišėjimui.

Šio tyrimo tikslai: 1) nustatyti laisvojo betono susitraukimo įtaką gelžbetoninių elementų įtempimų-deformacijų būviui; 2) pasiūlyti skaičiavimo metodiką, kuria eliminuojama betono traukimosi įtaka iš eksperimentinių bandymų nustatant tempiamojo betono įtempimų-deformacijų diagramą.

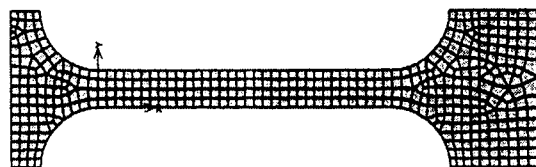
2. Skaitinio eksperimento bandinių aprašymas

Skaitinis eksperimentas atliekamas taikant programą ATENA, kuri skaičiavime naudoja baigtinių elementų (BE) metodą. Skaitiškai modeliuoto tempiamojo gelžbetoninio elemento schema pateikta 1 pav. Baigtinių elementų tinklas parodytas 2 pav.

Imta, kad elementai buvo armuoti tolygiai išskirstyta visame skerspjūvyje armatūra. Armavimo procentas buvo imtas 2 % ir 3 %. Armatūros fizinis modelis – tampriai-plastinis ($f_y = 210$ MPa). Tempiamojo betono stiprumas – $f_t = 2,32$ MPa. Buvo imtos kelios betono traukimosi deformacijų reikšmės: $\epsilon_{sh} = 0$; $1,5 \times 10^{-4}$ ir $3,0 \times 10^{-4}$.



1 pav. Eksperimentinio bandinio geometrinės charakteristikos

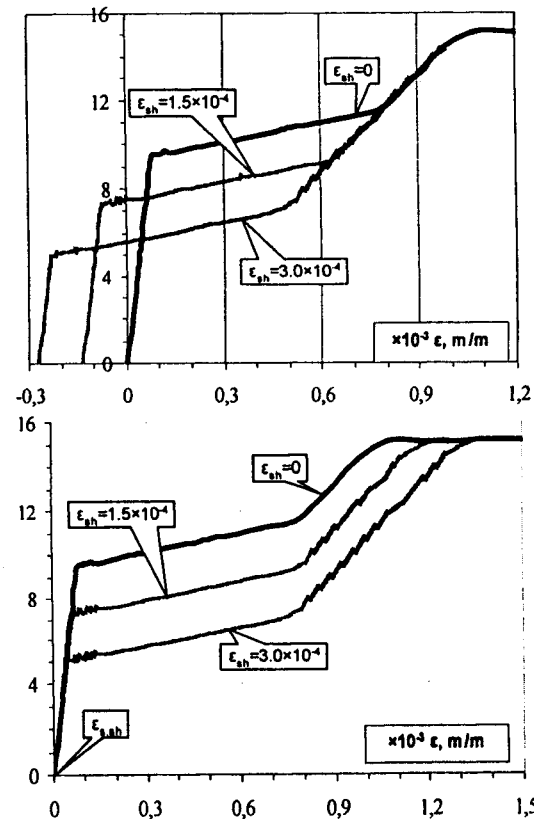


2 pav. Bandinio BE modelis

3. Skaitinio eksperimento rezultatų analize

Kaip pažymėta [1, 2] betono susitraukimas turi didelę įtaką pradiniam betono įtemptajam būviui: sumažėja gelžbetoninių elementų atsparumas pleišėjimui, padidėja jų deformacijos.

Apskaičiuotos apkrovos-poslinkio diagramos parodytos 3 ir 4 pav. 3 pav. pateiktų diagramų atskaitos taškas – traukimosi pradžia. 4 pav. parodytų apkrovos-poslinkio diagramų atskaitos taškas – apkrovimo pradžia. Iš šių grafikų mes matome, kad dėl betono traukimosi sumažėjo gelžbetoninių elementų atsparumas pleišėjimui, padidėjo jų deformacijos, tačiau laikymo galia nepasikito.



3-4 pav. Apkrovos-poslinkių diagramos esant skirtingoms traukimosi deformacijoms (apkrova, kN).

Dažniausiai tempiamojo betono diagramos yra nustatomos iš centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų bandymų, neįvertinant betono traukimosi efekto. Tokiu būdu gautos diagramos parodytos 5 pav. Diagramose, gautose iš susitraukusių elementų, įtempimai pasiekia neigiamas reikšmes. Įvertinant

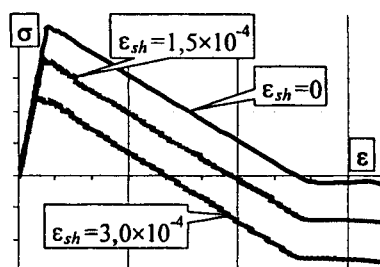
traukimosi efektą, tempiamojo betono stiprumo sumažėjimą galima nustatyti pagal formulę:

$$f_{t,sh} = f_t - \sigma_{t,sh}, \quad (1)$$

kur $\sigma_{t,sh}$ – betono įtempimai dėl traukimosi, nustatomi pagal formulę [2]:

$$\sigma_{t,sh} = -\frac{\varepsilon_{sh} E_s p}{1 + np}, \quad n = \frac{E_s}{E_c}, \quad p = \frac{A_s}{A_c}. \quad (2)$$

Čia ε_{sh} – betono susitraukimo deformacija; E_s ir E_c – armatūros ir betono tamprumo moduliai; A_s ir A_c – armatūros ir betono plotas, atitinkamai.



5 pav. Betono įtempimų-deformacijų grafikas.

4. Išvados

Straipsnyje pateikta tempiamųjų gelžbetoninių elementų skaitinio modeliavimo analizė, įvertinanti laisvojo betono traukimosi deformacijų įtaką. Atliktas skaitinis eksperimentas parodė, kad dėl traukimosi sumažėja gelžbetoninio elemento atsparumas pleišėjimui bei padidėja deformacijos nuo išorinės apkrovos poveikio. Elemento laikymo galia nesikeičia, nes ją apsprendžia armatūros stiprumas.

Parodyta, kad eksperimentiniu būdu nustatyta tempiamojo betono įtempimų-deformacijų diagrama priklauso nuo betono traukimosi deformacijų, bei armavimo koeficiento. Didėjant armavimo koeficientui, betono traukimosi įtaka gelžbetoninio elemento deformacijoms didėjo.

Literatūra

1. Gilbert, R. I. Time Effects in Concrete Structures, Elsevier, 1988, 318 p.
2. Bischoff, P. H. Effects of Shrinkage on Tension Stiffening and Cracking in Reinforced Concrete, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, No. 3, June 2001, pp. 363-374.

Viktor Gribniak, Rokas Girdžius

Doktorantai, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11

BAIGTINIŲ ELEMENTŲ (BE) DYDŽIO IR FORMOS ĮTAKA TEMPIAMŲJŲ G/B ELEMENTŲ DEFORMACIJŲ SKAIČIAVIMO REZULTATAMS

Mesh dependence on deformations of tensile reinforced concrete members

Keywords: Reinforced concrete, mesh sensitivity, fracture energy.

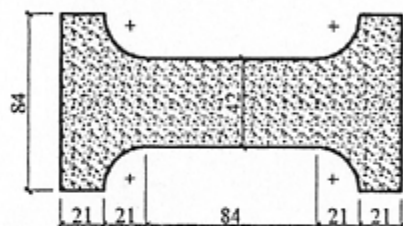
Abstract. The proper nonlinear 2D calculation of deformation of reinforced concrete tensile members by FE software ATENA is the subject of this paper. The fixed smeared crack model in the concrete was used with fracture energy conception. It will be shown the mesh dependence on the calculation results. To make these results independence from the mesh changes the relationships to converse the fracture energy value of tensile concrete were proposed.

1. Įvadas

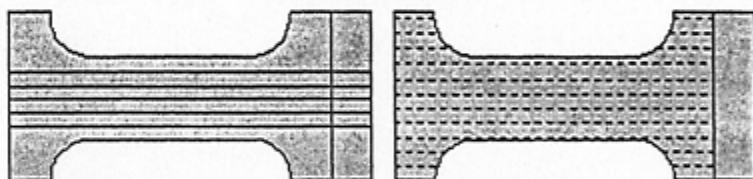
Šio tyrimo tikslas – BE formos ir dydžio, bei armatūros modelių įtakos gelžbetoninių ir betoninių elementų deformacijų skaičiavimui įvertinimas. Straipsnyje siūloma tempiamo betono irimo energijos priklausomybė nuo BE dydžio ir formos. Nustatant irimo energijos reikšmę pagal šią metodiką gelžbetoninių elementų deformacijos nepriklauso nuo BE sudalijimo.

2. Eksperimentinių bandinių aprašymas

Skaitinis eksperimentas atliekamas taikant BE programą ATENA. Tempiamo bandinio geometriniai parametrai pateikti 1 pav. Buvo analizuojama tiek betoninių, tiek gelžbetoninių bandinių elgsena. Tempiami elementai buvo armuoti strypine arba tolygiai išskirstyta po visą skerspjūvį armatūra. Abiem atvejais armavimo kiekis buvo priimtas 2 % nuo skerspjūvio ploto ir priskirti vienodi fiziniai medžiagų parametrai. Eksperimentinių bandinių armavimo schema pateikta 2 pav.



1 pav. Eksperimentinio bandinio geometrinės charakteristikos



2 pav. Eksperimentinių bandinių armavimo schema (strypinė armatūra – kairėje, išskirstyta – dešinėje)

Eksperimentiniai bandiniai suskirstyti į du, skirtingų formų, baigtinių elementų tipus – keturkampiai (4 mazgu) ir trikampiai (3 mazgu). Bandinių sudalinimas į BE 1,25; 2,5; 5,0; 10,0 ir 21,0 cm dydžio pateiktas 3 pav.

Skaitinis eksperimentas buvo atliekamas su skirtingomis tempiamo betono irimo energijos G_F reikšmėmis. Pirminiai skaičiavimai atlikti su pastovia šios energijos reikšme (R_t – betono stiprumas tempiant) [1]:

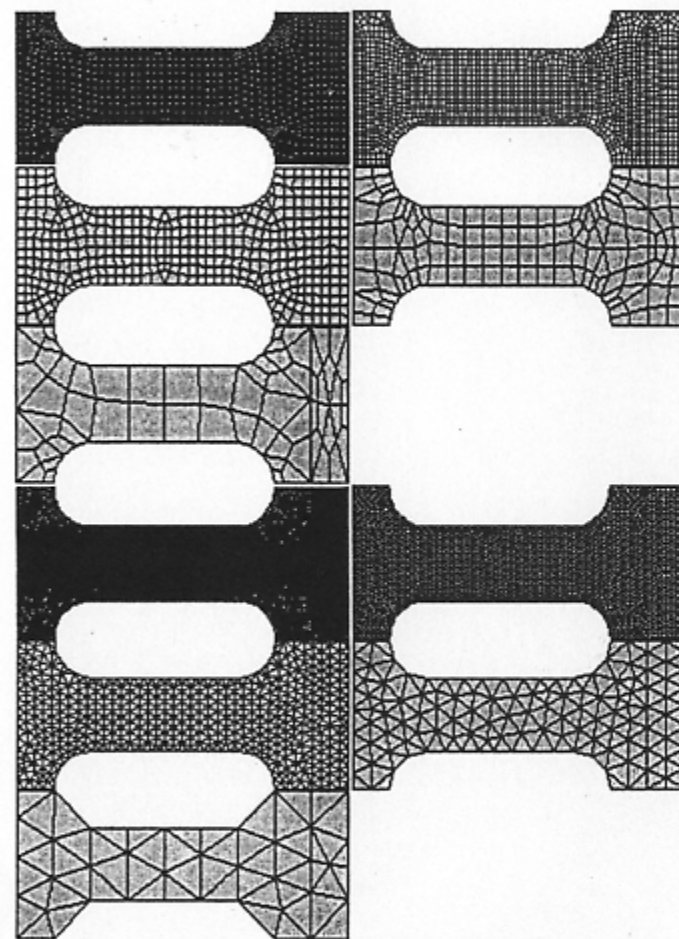
$$G_F = 2,5 \times 10^{-5} R_t. \quad (1)$$

Antras skaičiavimų variantas buvo atliekamas taikant autorių empiriškai gautas priklausomybes, įvertinant BE dydžio pasikeitimą:

$$G_F^{(2)}(\Delta_i) = G_F^{(1)} \Delta_i^{(1 \rightarrow 2)}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\Delta_1^{(1 \rightarrow 2)} = \sqrt{h^{(2)} / h^{(1)}}; \quad \Delta_2^{(1 \rightarrow 2)} = h^{(2)} / h^{(1)}.$$

Čia $G_F^{(1)}$ ir $G_F^{(2)}$ – pradinė ir pasikeitusi tempiamo betono irimo energijos reikšmės, atitinkamai; $\Delta^{(1 \rightarrow 2)}$ – perėjimo koeficientas, įvertinantis BE charakteringo dydžio pasikeitimą iš $h^{(1)}$ į $h^{(2)}$.

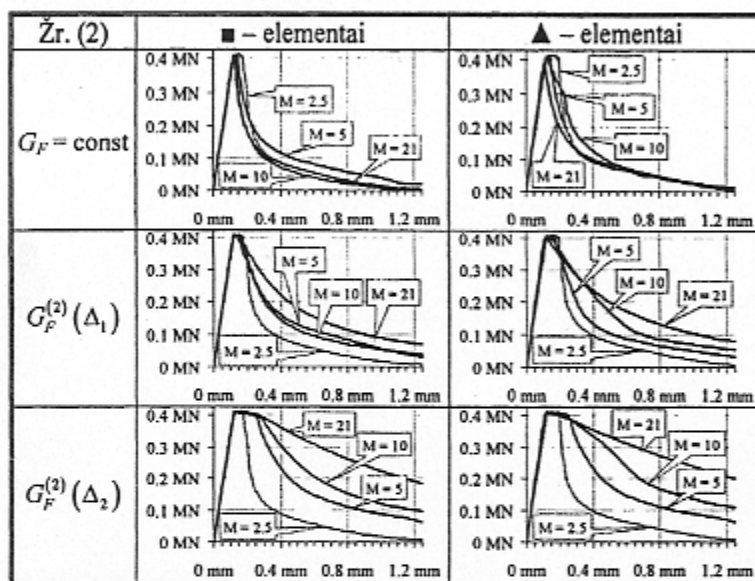


3 pav. Eksperimentinių bandinių sudalinimas į BE dydžius 1,25 (1,75)¹; 2,5; 5,0; 10,0 ir 21,0 cm

¹ Dėl kompiuterio operatyvios atminties nepakankamumo (1 GB) minimalus baigtinio elemento dydis, naudojant trikampių baigtinius elementus, buvo 1,75 cm.

3. Skaitinio eksperimento rezultatų analizė

Kaip buvo pažymėta [2, 3] betoninių elementų deformacijų skaičiavimas, taikant BE metodą pagal irimo mechanikos principus, nepriklauso nuo BE dydžio ir formos. Šio teiginio teisingumą iliustruoja 4 pav. (lyginant su armuotų elementų G_F reikšmė padidinta 10 kartų).

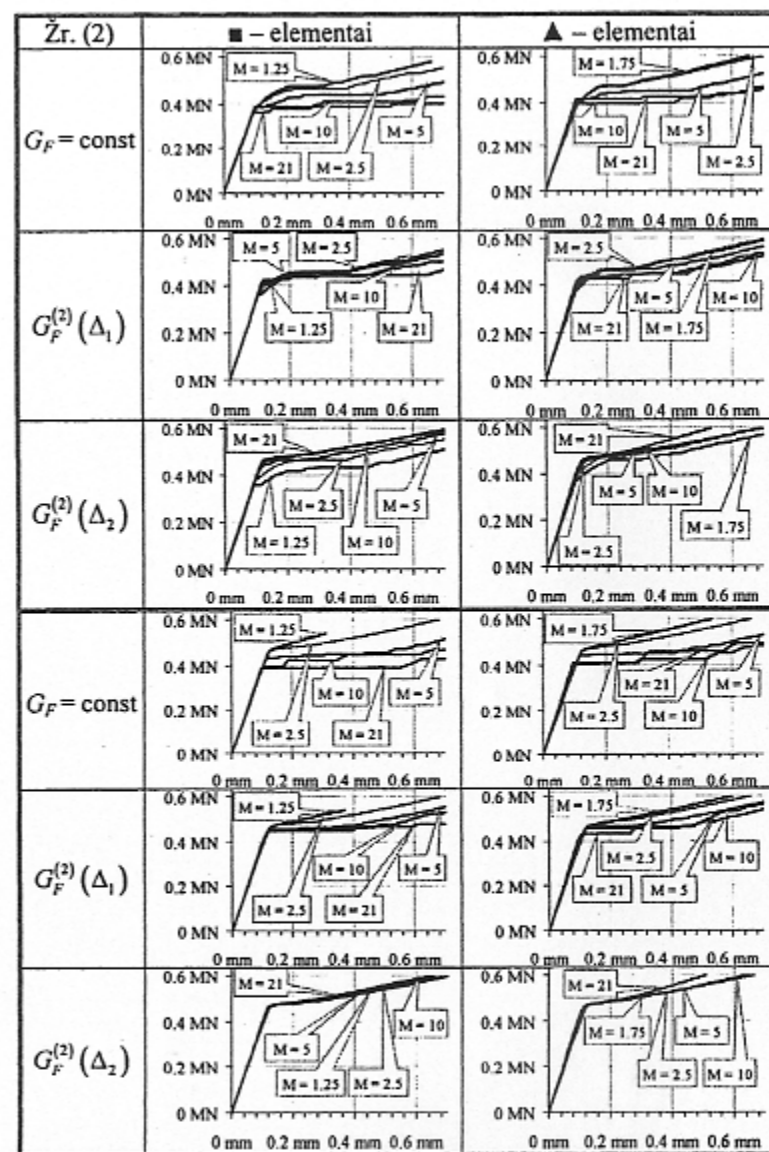


4 pav. Betoninių elementų apkrovos-poslinkio diagramos²

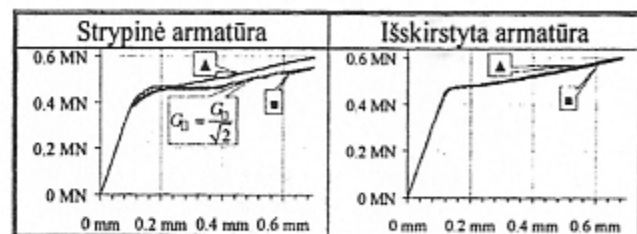
Gelžbetoninių skirtingai nei betoninių elementų deformacijų skaičiavimas priklauso nuo BE dydžio ir formos (žr. 5 pav.). 6 pav. pateikiami gelžbetoninių elementų modeliavimo rezultatai su skirtingos formos, bet vienodo dydžio BE (taikant išskirstytą armatūrą deformacijos nepriklauso nuo BE formos). Naudojant strypinę armatūrą ir trikampius BE, kad gauti vienodas tempiamo bandinio deformacijas, tempiamo betono irimo energiją (imta keturkampiams elementams) reikia sumažinti pagal formulę:

$$G_1 = G_2 / \sqrt{2} \quad (3)$$

² Visais modeliavimo atvejais pradinė irimo energijos reikšmė $G_F^{(1)}$, žr. (2), buvo priimama pagal formulę (1), su 2,5 cm dydžio BE.



5 pav. Gelžbetoninių elementų, su strypine (viršutine dalis) ir išskirstyta po visą skerspjūvį (apatine dalis) armatūra, apkrovos-poslinkio diagramos



6 pav. Apkrovos-poslinkio diagramos su skirtingos formos BE (vienodo dydžio – 2,5 cm)

4. Išvados

Straipsnyje pateikta tempiamų gelžbetoninių elementų skaitinio modeliavimo analizė. Pasiūlytos priklausomybės, susiejančios tempiamo betono irimo energijos reikšmę su BE dydžiu ir forma. Taip pat įvertinta įvairių tipų armatūros modelių įtaka tokių elementų deformacijų reikšmėms.

Pateikti būdai mažinti modeliavimo netikslumus gelžbetoninių elementų deformacijų nustatyme. Skaitinio eksperimento pagalba patikrinti siūlomi metodai. Parodyta, kad betono modelis, atitinkantis irimo mechanikos principus, be korektūros netinka gelžbetoniui. Be to, išnagrinėti strypinės ir išskirstytos armatūros skaitinių modelių ypatumai ir jų įtaka gelžbetoninių elementų deformacijoms. Rezultatų panašumas, taikant skirtingo dydžio ir formos BE leidžia teigti, kad taikant pasiūlytas priklausomybes tempiamo betono irimo energijos keitimui, gelžbetoninių elementų deformacijų reikšmės mažiau priklausys nuo BE diskretizacijos.

Literatūra

1. Vos E. Influence of Loading Rate and Radial Pressure on Bond in Reinforced Concrete. Dissertation, Delft University, 1983, p. p. 219-220.
2. Bažant Z. P. Concrete Fracture Models: Testing and Practice. *Engineering Fracture Mechanics* 69, 2002, p. p. 165-205.
3. Červenka V. Computer Simulation of Failure of Concrete Structures for Practice. In: 1st FIB Congress, Concrete Structures in 21 Century, Osaka, Japan, Oct 13-19, 2002, p. 63.

Viktor Gribniak, Denisas Kondratenko

Doktorantai, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11

BAIGTINIŲ ELEMENTŲ DYDŽIO ĮTAKA G/B SIJŲ DEFORMACIJŲ SKAIČIAVIMO REZULTATAMS

Finite element size dependence on the deformations calculation of RC beams

Keywords: Reinforced concrete beams, finite element size, fracture energy

Abstract. In this paper the relationship to make the nonlinear 2D and 3D calculation of deformation of reinforced concrete (RC) beams with FE software ATENA and DIANA independent from the FE size are proposed.

1. Įvadas

Buvo apskaičiuotos gelžbetoninių sijų trumpalaikių įlinkių reikšmės, naudojant baigtinių elementų (BE) programas ATENA (2D) ir DIANA (3D), įvertinant medžiagos netiesiškumą ir keičiant baigtinio elemento dydį.

Šio straipsnio tikslas įvertinti BE dydžio įtaką tokio skaičiavimo rezultatams ir pasiūlyti metodą sumažinti šią įtaką.

2. Eksperimentiniai duomenys

Iš [1] buvo gauti gelžbetoninių sijų eksperimentiniai duomenys. Šios sijos buvo išbandytos trumpalaikė apkrova kaip parodyta 1 pav.

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

**9-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos
„MOKSLAS – LIETUVOS ATEITIS“,
įvykusios Vilniuje 2006 m. kovo 29–31 d.,
pranešimų rinkinys**

STATYBA



LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2006

UDK 69 (474.5) (06)
Mo-62

9-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“, įvykusios Vilniuje 2006 m. kovo 29–31 d., pranešimų rinkinys. STATYBA. Vilnius: Technika, 2006. 448 p.

Leidinyje pateikta pranešimų, skaitytų jaunųjų mokslininkų konferencijoje (sekcija „Statyba“), įvykusioje Vilniuje 2006 m. kovo 29–31 d., medžiaga. Pagrindinės konferencijos pranešimų temos – pastatų ir statinių konstrukcijų projektavimas; statybinių konstrukcijų skaičiavimo metodai; statybinės medžiagos ir jų technologija; konstrukcijų optimizavimas ir skaičiavimo metodai; sprendimų priėmimas statyboje; kokybės valdymas; statybos vadyba ir ekonomika; pastatų ūkio valdymas; pastatų ir konstrukcijų gaisrinė sauga; ergonominiai tyrimai ir žmonių sauga.

REDAKCINĖ KOLEGIJA:

J. Parasonis, J. Atkočiūnas, A. K. Kvedaras, A. Kaklauskas, G. Kaklauskas, R. Mačiulaitis, L. Ustinovičius, P. Vainiūnas, R. Šukys, V. Stragys

Ats. redaktorius A. Šneideris

Knygos leidybą rėmė Lietuvos valstybinis mokslo ir studijų fondas

Straipsnių autorių kalba ir stilius netaisyti

VG TU leidyklos „Technika“ 1317 mokslo literatūros knyga

ISBN 9955-28-047-6 © Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2006
© VG TU leidykla „Technika“, 2006

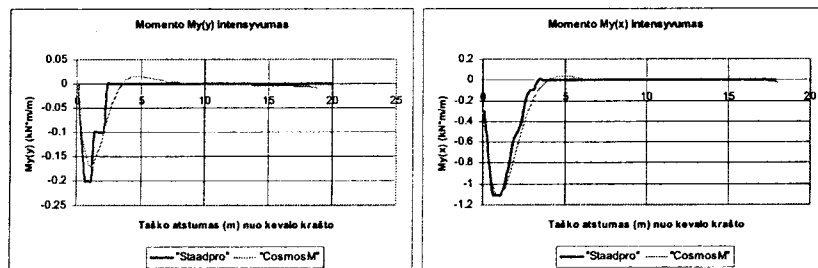
SEKCIJA S2 SAUGOS INŽINERIJA

D. Gurevičius Vilniaus miesto aukštuminių pastatų problematika priešgaisrinio požiūriu	96
--	----

SEKCIJA S3 STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS, KONSTRUKCIJŲ MECHANIKA

F. P. Ackermann, J. Schnell Ant tamprų atramų atremtų iš anksto įtemptųjų tuštumėtų plokščių atsparumas šlyčiai	102
P. Bagdonas Santvarų iš kvadratinų ir stačiakampių vamzdžių strypų pastovumo skaičiavimo metodų analizė	111
P. Bulota Patikslinta tikimybinė esamų konstrukcijų laikysena	120
V. Česonytė Standžiai plastinio rėmo, įvertinant dalinio stiprumo mazgų įtaką įrašų pasiskirstymui, optimizacija	126
V. Česonytė Standžiai plastinio rėmo, įvertinant dalinio stiprumo mazgų įtaką įrašų pasiskirstymui, optimizacijos rezultatų analizė	132
M. Daugevičius Dvigubo teigiamo Gauso kreivumo kevalo praktinis skaičiavimas ir analizė	137
R. Girdžius Centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2	143
A. Gusevas Centriškai gniuždomų kompozitinių strypų pastovumo tyrimas	149
A. Gustys, G. Platkevičius Konstrukcijų optimizacijos, įvertinant standumo apribojimus BEM, algoritmas	155
M. Impolis Kinematinų poslinkių stabilizavimas vienajausčiuose kabamuosiuose pėsčiųjų plieno tiltuose	165
D. Januševičius, E. Geda Gaisro temperatūra paveiktų gelžbetonio plokščių elgsenos netiesinė analizė baigtinių elementų metodu	171

D. Kardokas, S. Kalanta Tamprų metalinių rėmų optimizavimas	177
R. Kautsch, J. Schnell Paprastojo ir iš anksto įtemptojo gelžbetonio sijų konstravimo koncepcija, pagrįsta išplėstąja technine lenkimo teorija	184
S. Kavaliauskas, I. Sudžiūtė, M. Buinovskij Kompozitinių medienos-betono jungčių eksperimentiniai tyrimai	194
W. Ramm, C. Kohlmeyer Kompozitinių sijų su didelėmis kiaurymėmis sienelėje eksperimentiniai tyrimai	201
A. Kuranovas Centriškai apkrautų tuščiavidurių betonšerdžių plieninių strypų elgsena	209
G. Kaklauskas, A. Logunov, A. Sokolovas Naujai kuriamo gelžbetoninių elementų deformacijų skaičiavimo metodo analizė	215
O. Lukoševičienė Traktuotė silpnėjančių konstrukcijų patikimumui prognozuoti	221
A. Mikūta, V. Gribniak Transporto priemonių atsitiktinių atsitrenkimų į viadukų perdangos konstrukciją Vilniaus mieste analizė	227
A. Rinkevičius, A. Norkus Standžiai plastinių strypinių konstrukcijų optimizacija atsitiktinio apkrovimo atveju	234
R. Šalna Plieninių fibrų kiekio įtaka dispersiškai armuotų elementų stiprumui	241
A. Sokolovas, A. Logunov Supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų priklausomybių išvedimas iš eksperimentinių momentų-kreivių diagramų, įvertinant betono susitraukimą	247
C. Thiele, J. Schnell Gelžbetonio plokščių be skersinės armatūros bei su įmontuotais vamzdžiais laikomoji galia	251
J. Vaišvila Įvairių konstrukcinių sprendinių tiltų analizė	259
A. Venskųs, J. Atkočiūnas Patobulintas prisitaikančių sistemų optimizacijos uždavinių sprendimo algoritmas	265
J. Schnell, T. Weil Nekarpytų kompozitinių sijų su didelėmis kiaurymėmis tyrimas	271
V. Zokaitis Plienpluoščio įtaka savaime susitankinančių betonų technologiskumui	279



10 pav. Skaičiavimo programų baigtiniais elementais lenkimo momentų intensyvumas

3. Išvados

Atlikus skaičiavimus anksčiau minėtais metodais gautos įrašų diagramos skiriasi, bet jų pasiskirstymo pobūdis panašus. Skirtumas tarp įrašų dydžių gali atsirasti dėl to, kad buvo skirtingai pasirinktos įtempimų funkcijos. Užrašant funkciją kaip polinomą galima pasirinkti daugiau x ir y sandaugų variacijų dėl ko atsirad daugiau konstantų C_i ir padidės lygčių sistema joms rasti. Skaičiuojant pagal pirmuosius du metodus reikia papildomai įvertinti pakraščio efektą, nustatant lenkimo momentų intensyvumą, bei patikslinant normalines jėgas $N_x(y)$ ir $N_y(x)$. Kaip ir buvo anksčiau minėta didžiojoje kevalo dalyje veikia bemomentis įtempis ir deformacijų būvis tik ties kevalo atraminiu kontūru atsiranda lenkimo momentai.

Literatūra

1. Vadlūga R. Gelžbetoninės plonasienės erdvinės konstrukcijos. Vilnius: Technika, 2001, p. 15-45, 103-121.
2. Čyras A. Statybinė mechanika. Vilnius: Mokslas, 1989, p. 275-388.
3. Atkočiūnas J., Nagevičius J. Tamprumo teorijos pagrindai. Vilnius: Technika, 2004, p. 304-362.
4. Fintel M. Handbook of concrete engineering. Second edition. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1985. p. 536-563.
5. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий. Москва, 1979. 421 с.

Rokas Girdžius

Doktorantas, Vilniaus Gedimino technikos universitetas

CENTRIŠKAI TEMPIAMOJO GELŽBETONINIO ELEMENTO BETONO ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ PRIKLAUSOMYBĖ PAGAL EC2

Axial tension reinforced concrete stress-strain response by EC2

Keywords: Reinforced concrete, stress-strain response, tension stiffening

Abstract. A new stress and strain relationship for cracked tensile concrete has been proposed. It was derived from numerical tests of axially loaded reinforced concrete members calculated by Eurocode 2.

1. Įvadas

Atliekant kompiuterinius sudėtingų gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimus, reikalinga žinoti supleišėjusio tempiamojo betono diagramą (jos krentančiąją dalį), kuri atitiktų Euronormų (EC2) deformacijų skaičiavimo metodiką. Šiame darbe, remiantis skaitiniu eksperimentu, pasiūlyta nauja supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempis – deformacijų priklausomybė.

2. Centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos-poslinkio priklausomybė pagal EC2 skaičiavimo metodą

EC2 [1] metode gelžbetoniniame elemente išskiriami nesupleišęjęs(I) ir supleišęjęs(II) ruožai. Pirmajame ruože betonas ir armatūra dirba tampriai, o antrajame ruože visą tempimo jėgą atlaiko armatūra. Charakteringa centriškai tempiamojo gelžbetoninio elemento apkrovos ir poslinkio priklausomybė parodyta 1. pav. Supleišėjusio elemento vidutinė deformacija (lygi vidutinei armatūros deformacijai), taikant EC2, apskaičiuojama pagal formulę:

$$\Delta \varepsilon_{sm} = (1 - \xi) \varepsilon_{s1} + \xi \varepsilon_{s2} \quad (1)$$

čia: ε_{s1} ir ε_{s2} – atitinkamai I-ojo ir II-ojo ruožų kreiviai.

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} = P / E_c (A_c + \alpha A_s); \quad (2)$$

$$\varepsilon_{s2} = P / E_s A_s; \quad (3)$$

ξ – interpoliacijos koeficientas, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\xi = 1 - (P_{cr} / P)^2 \quad (\text{kai } P > P_{cr}) \quad (4)$$

čia: f_{ct} – tempiamo betono stiprumas; A_c ir A_s – betono ir armatūros skerspjūvių plotai; $\alpha = E_s / E_c$, kur E_s ir E_c armatūros ir betono tamprumo moduliai.

Pleišėjimo apkrova apskaičiuojama pagal formulę:

$$P_{cr} = f_{ct} (A_c + \alpha A_s) \quad (5)$$

čia: f_{ct} – tempiamo betono stiprumas; A_c ir A_s – betono ir armatūros skerspjūvių plotai; $\alpha = E_s / E_c$, kur E_s ir E_c armatūros ir betono tamprumo moduliai.

Bet kurioje apkrovimo stadijoje išorinę apkrovą P perima armatūra ir betonas:

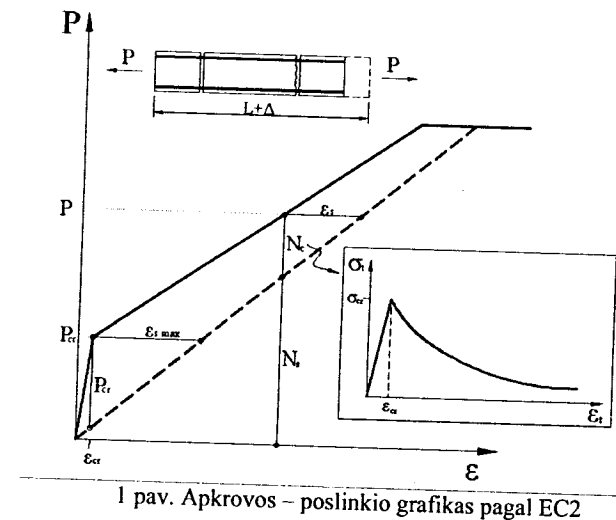
$$P = \bar{N}_s + \bar{N}_c \quad (6)$$

Armatūros vidutinę įrašą galima apskaičiuoti taip:

$$N_s = A_s E_s \varepsilon_m \quad (7)$$

Tuomet vidutiniai tempiamojo betono įtempiai apskaičiuojami pagal išraišką:

$$\sigma_t = (P - A_s E_s \varepsilon_m) / A_c \quad (8)$$

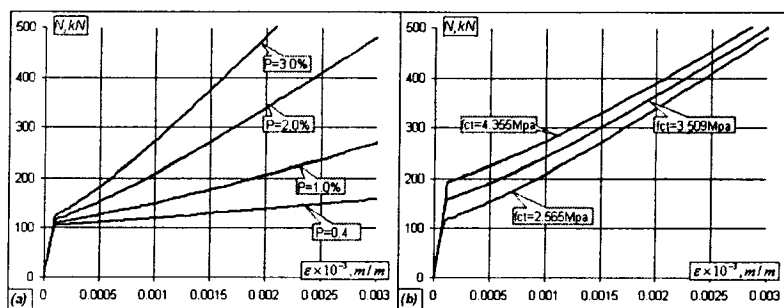


1 pav. Apkrovos – poslinkio grafikas pagal EC2

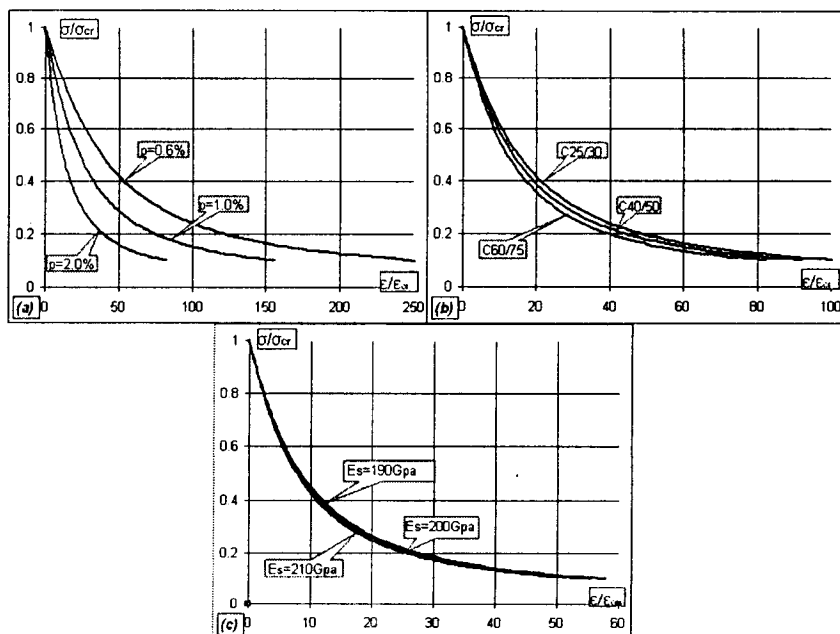
3. Skaitinis eksperimentas

Šiame darbe vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų $\sigma_t - \varepsilon_t$ priklausomybė išvesta empiriškai pagal skaitinio eksperimento rezultatus, taikant (8) formulę. Skaitiniame eksperimente išnagrinėti 135 gelžbetoniniai elementai, turintys skirtingą armavimo koeficientą ($p=0,4...3,0\%$), betono klasę (C25/30; C40/50; C60/75), bei armatūros tamprumo modulį (190; 200; 210 GPa). Šių elementų apkrovos ir deformacijos diagramų pavyzdžiai parodyti 2 pav. Iš šių diagramų gautosios $\sigma_t - \varepsilon_t$ priklausomybių krentančiosios dalys parodytos 3 pav. Regresinė analizė parodė, kad didžiausią įtaką $\sigma_t - \varepsilon_t$ formai turi armavimo koeficientas p ir betono klasė B. Elementų skerspjūvio matmenys neturi įtakos $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagramos formai.

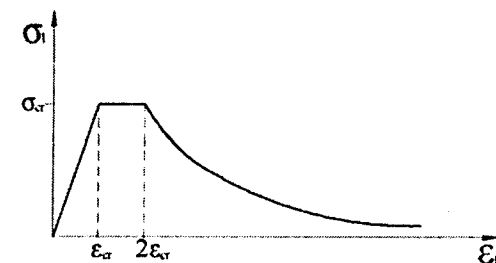
Analizė parodė, kad $\sigma_t - \varepsilon_t$ priklausomybę (3 pav.) sudaro trys dalys: kylančioji (tiesinė), horizontali, bei krentančioji.



2. pav. Centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų apkrovos – poslinkio palyginimų grafikai; a. nuo armavimo koeficiento; b. nuo tempiamojo betono stiprumo



3 pav. centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento palyginimo grafikai. a. priklausomybė nuo armavimo koeficiento. b. priklausomybė nuo betono klasės. c. priklausomybė nuo armatūros tamprumo modulio



4 pav. centriškai tempiamųjų gelžbetoninių elementų $\sigma_t - \varepsilon_t$ priklausomybė pagal EC2

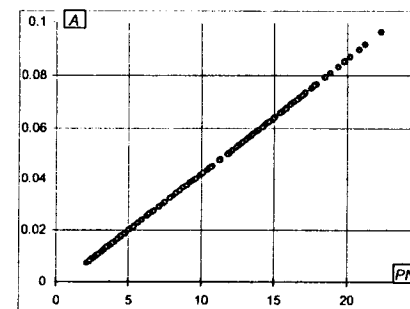
4. Empirinė $\sigma - \varepsilon$ diagramos krentančiosios dalies priklausomybė, išvesta pagal EC2

Darbe pasiūlyta tokia $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagramos krentančiosios dalies priklausomybė:

$$\sigma = (1 + A\varepsilon^B)^{-1}; \quad (10)$$

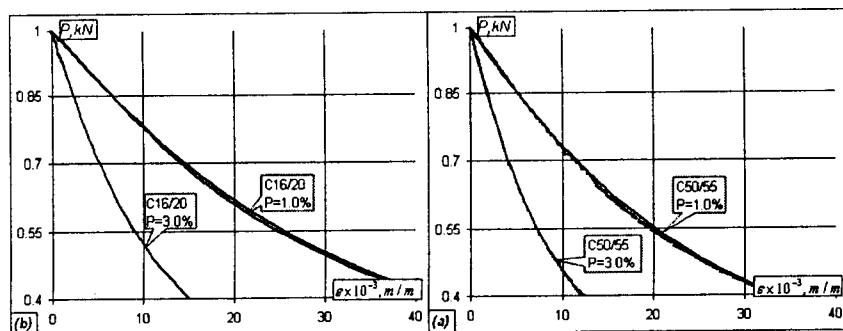
Skaičiavimams supaprastinimo tikslu, su pakankamu tikslumu imta pastovi koeficiento reikšmė, lygi 1.15. Koeficientas A, kurio priklausomybė nuo PN pavaizduota 5 pav., išreiškiamas tokia priklausomybe:

$$A = 0.0022(2pn - 1). \quad (11)$$



5 pav. Koeficiento A priklausomybė nuo PN parametro

$\sigma_t - \varepsilon_t$ diagramų gautų iš (5) ir (7) formulių palyginimas parodytas 6. pav. Analizė parodė, skaičiuojamoji paklaida yra nedidelė (variacijos koef. lygus 0.8%).



6. pav. Siūlomo skaičiavimo metodo rezultatų palyginimas su skaitinių eksperimentų rezultatais

5. Išvados

1. Pasiūlyta įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2.
2. $\sigma_t - \varepsilon_t$ krentančioji diagramos dalis labiausiai priklauso nuo armavimo koeficiento, taip pat ir nuo armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
3. Pasiūlyta supleišėjusio centriškai tempiamo gelžbetoninio elemento betono $\sigma_t - \varepsilon_t$ kreivė gerai atitinka įtempių ir deformacijų kreivę gautą pagal EC2. Kreivės skaičiavimo paklaida (variacijos koef.) lygi 0.8%.

Literatūra

1. Eurocode No.2 (EC2). Design of Concrete Structures Part 1: General Rules and Rules for Buildings, Brussels, Belgium, 1992. nn
2. Bischoff, P. H. Effects of Shrinkage on Tension Stiffening and Cracking in Reinforced Concrete, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, No. 3, June 2001, pp. 363-374.
3. Bischoff, P. H. Tension Stiffening and Cracking of High-Strength Reinforced Concrete Tension Members, *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 4, July-August 2004, pp. 447-456.
4. Torres LI., Lopez-Almansa F. and Bozzo L.M. Tension - Stiffening Model for Cracked Flexural Concrete Members, *ASCE Journal of Structural Engineering*, August 2004, pp. 1243-1251.

Andriejus Gusevas

Magistrantas, Vilniaus Gedimino technikos universitetas

CENTRIŠKAI GNIUŽDOMŲ KOMPOZITINIŲ STRYPŲ PASTOVUMO TYRIMAS

Research of stability of axially loaded composite bars

1. Įvadas

Kompozitiniame skerspjūvyje tenka atsižvelgti į betono valkšnumo įtaką elemento laikomajai galiai. Betono šerdis kompozitiniame elemente yra izoliuota nuo aplinkos, todėl betono šerdies valkšnumas mažesnis negu neizoliuoto betono. Didžiausia betono valkšnumo įtaka pasireiškia liauniems centriškai ar ekscentriškai gniuždomiems kompozitiniams elementams. Iš kitos pusės, betono šerdies stiprumas per tam tikrą laiką didėja, o ilgalaikė apkrova paprastai sudaro, palyginti, nedidelę visos elementą veikiančios apkrovos dalį, todėl manoma, kad praktiniuose skaičiavimuose į betono valkšnumo įtaką atsižvelgti nereikia, nes elemento laikomoji galia neturi mažėti. Be to, kompozitiniuose elementuose, apkrautuose eksploatacine apkrova, retai susidaro įtempimų būvis, kuriam esant, pasiekama ilgalaikio pastovumo riba. Į ilgalaikės apkrovos įtaką galima atsižvelgti, projektuojant tokius kompozitinius elementus, kuriuos veikia didelė ilgalaikė apkrova ir kurių skerspjūvyje yra santykinai nedidelė metalo kevalo dalis, o santykinė jėgos nuokrypa didelė.

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBA

10-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos
„MOKSLAS – LIETUVOS ATEITIS“,
įvykusios Vilniuje 2007 m. kovo 29–30 d.,
pranešimų rinkinys



Vilnius LEIDYKLA TECHNICA 2007

UDK 69(474.5)(063)
De-369

STATYBA. 10-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“, įvykusios Vilniuje 2007 m. kovo 29–30 d., pranešimų rinkinys. Vilnius: Technika, 2007. 488 p.

Leidinyje pateikta pranešimų, skaitytų jaunųjų mokslininkų konferencijoje (sekcija „Statyba“), įvykusioje Vilniuje 2007 m. kovo 29–30 d., medžiaga. Pagrindinės konferencijos pranešimų temos – pastatų ir statinių konstrukcijų projektavimas; statybinių konstrukcijų skaičiavimo metodai; statybinės medžiagos ir jų technologija; konstrukcijų optimizavimas ir skaičiavimo metodai; sprendimų priėmimas statyboje; kokybės valdymas; statybos vadyba ir ekonomika; pastatų ūkio valdymas; pastatų ir konstrukcijų gaisrinė sauga; ergonominiai tyrimai ir žmonių sauga.

REDAKcinė KOLEGIJA:

J. Parasonis, J. Atkočiūnas, A. K. Kvedaras, A. Kaklauskas,
G. Kaklauskas, R. Mačiulaitis, L. Ustinovičius, P. Vainiūnas,
R. Šukys, V. Stragys

Ats. redaktorius L. Juknevičius

Knygos leidybą rėmė Lietuvos valstybinis
mokslo ir studijų fondas

<http://leidykla.vgtu.lt>

VG TU leidyklos „Technika“ 1405
mokslo literatūros knyga

ISBN 978-9955-28-163-4

© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2007
© VG TU leidykla „Technika“, 2007

D. Simanavičiūtė, S. Vėjelis Reikalavimai pastatų atitvarų šiluminei varžai	102
L. Steponaitis Akustinės medžiagų savybės, jų naudojimas statybinėse konstrukcijose	108
J. Timošenko, D. Nagrockienė Betono struktūrinių savybių analizė	114
M. Vaičienė Keramzitbetonio su gamybine atlieka stipris gniuždant	119
A. Vasiaginas Dilatometrinio metodo panaudojimas keraminių gaminių tyrimams	124
D. Vedrickas, A. Červokienė Betoninių grindinio blokų struktūrinių savybių tyrimas	131
SEKCIJA S2 SAUGOS INŽINERIJA	
Z. Karpovič Kamštinio ažuolo gaisrinio pavojingumo įvertinimas	138
SEKCIJA S3 STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS, KONSTRUKCIJŲ MECHANIKA	
B. Dervinis Plieninių sijų su perforuotąja sienele Racionalaus aukščio tyrimas	145
R. Girdžius Betono įtempių ir deformacijų priklausomybė lenkiamame gelžbetoniniame elemente	154
V. Juocevičius Tikimybinis betoninių elementų išankstinio apspaudimo nuostolių įvertinimas	160
G. Kaminskas, V. Papinigis Gelžbetoninių besijų perdangų elementų jungčių racionalaus armavimo parinkimas	166
A. Kiruzel Normuotoji pagal projektavimo normas lenkiamų gelžbetoninių elementų statmenojo pjūvio suirimo rizika	172
Ž. Kubilius, S. Kavaliauskas Aliuminio-stiklo fasadų sistemų panaudojimo galimybės dideliems tarpuangiams	178

E. Milkintas, S. Kavaliauskas Medinių elementų jungčių su metaliniais antdėklais laikomosios galios nustatymas pagal ECS	186
M. Popov, R. Karkauskas Apie tamprųjų-plastinių plokščių optimizacijos uždavinių integraciją su kompiuterinėmis konstrukcijų analizės sistemomis	193
A. Šeluchin, J. Atkočiūnas Prisitaikančių rėmų liekamųjų deformacijų darnos lygtys ir jų taikymas	201
A. Simuntis, A. Kuranovas Tuščiavidurių betonšerđžių plieninių elementų gamybos technologija	208
A. Sokolov Supleišėjusio tempiamojo betono fizikinių priklausomybių išvedimas	214
S. Tulaba Avarinių sprogimų sukiamų fasado plokščių pažeidimų prognozavimas	221
SEKCIJA S4 ARCHITEKTŪROS INŽINERIJA	
P. Černiauskas, J. Šipalis Sienų, kaip statinių struktūrinės sistemos pagrindinių elementų, raida Lietuvos architektūroje	228
V. Falevičius Statinio projekto detaliųjų planų rengimo procedūra ir jų paruošimo trukmė	234
E. Gaudutis Lietuvos aukštybiniai pastatai pasaulio architektūros kontekste	240
G. Grigorjeva Dvisluoksnių ir trisluoksnių laikančių išorinių sienų šiluminių ir ekonominių rodiklių palyginimas	247
R. Gustaitytė Langas – architektūrinė detalė	253
A. Keizikas, J. Parasonis Architektūros paveldo apsaugos raida ir galimos vystymosi kryptys	259
G. Miceikaitė, J. Parasonis Biržų pilies rūmų architektūros, istoriografijos ir kompozicijos analizė	264
K. Romanov Japonija: naujovių asimiliacija kaip tautos ypatumų išsaugojimo priemonė	270

Rokas Girdžius

Doktorantas, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11

BETONO ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ PRIKLAUSOMYBĖ LENKIAMAME GELŽBETONINIAME ELEMENTE

Stress – strain response of reinforced concrete member subjected to bending.

Keywords. Reinforced concrete, stress-strain response, tension stiffening

Abstract. This paper discusses the load and deflection relationship of reinforced concrete members subjected to bending. A new tension stiffening relationship depending on reinforcement ratio has been proposed. The results obtained were compared with the numerical test data.

Lenkiamų gelžbetoninių elementų stiprumo normaliniame pjūvyje teorija leidžia patikimai projektuoti minimalaus skerspjūvio elementus. Standumo sąlyga vis dažniau tampa lemiamu veiksnio, kadangi pastaruoju metu vis plačiau taikant stiprų betoną ir armatūrą didėja konstrukcijų perdengiami tarpataimai, o skerspjūviai mažėja. Todėl gelžbetoninių konstrukcijų elementų pleišėjimas tampa vienu iš veiksnių pagreitinančių struktūros degradacijos procesą. Šiame straipsnyje nagrinėjama supleišėjusio betono gebėjimą atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių, kas sąlygoja bendrą elemento standumo padidėjimą (angl. *tension stiffening*), taip pat remiantis EC2 [1], vidutinių deformacijų modeliu ir lenkiamo gelžbetoninio elemento momen-

tų – kreivių ($M - \kappa$) funkcija, buvo pasiūlyta nauja supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir deformacijų ($\sigma_i - \varepsilon_i$) priklausomybė.

Lenkiamo gelžbetoninio elemento $M - \kappa$ priklausomybė pagal EC2 [1] skaičiavimo metodą

Pagal EC2 [1] supleišėjusio tempiamojo gelžbetoninio elemento vidutinė deformacija apskaičiuojama taip:

$$\varepsilon_m = (1 - \xi)\varepsilon_{s1} + \xi\varepsilon_{s2}, \quad (1)$$

čia: ε_{s1} ir ε_{s2} – atitinkamai tempiamojo gelžbetoninio elemento nesupleišėjusio bei supleišėjusio ruožų deformacijos; ξ – interpoliacijos koeficientas:

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c1} = \frac{M}{E_c(A_c + \alpha A_s)}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{M}{E_s A_s}, \quad (3)$$

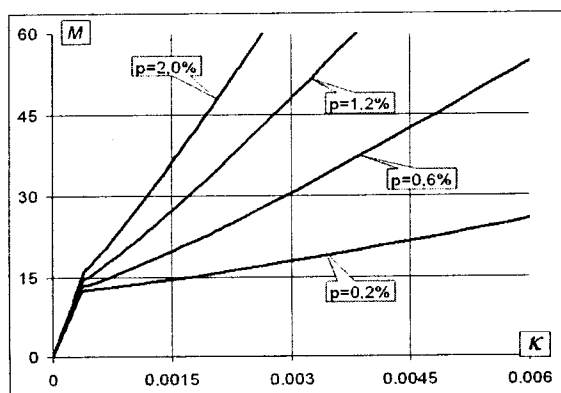
$$\xi = 1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \text{ (kai } M > M_{cr} \text{)}, \quad (4)$$

čia: A_c ir A_s – atitinkamai betono bei armatūros skerspjūvių plotai; $\alpha = E_s / E_c$ – armatūros (E_s) bei betono (E_c) tamprumo modulių santykis; M – išorinis momentas; M_{cr} – pleišėjimo momentas nustatomas pagal formulę:

$$M_{cr} = f_{ct}(A_c + \alpha A_s), \quad (5)$$

čia: f_{ct} – tempiamasis betono stipris.

Šiame darbe pagal EC2 [1] metodą buvo išnagrinėti skirtingų parametrų dvipusiai armuoti be išankstinio įtempimo gelžbetoniniai elementai, apkrauti lenkimo momentu (skersinės jėgos neįvertinamos) skaitiniai eksperimentai. Atlikus regresinę analizę nustatyta, kad didžiausią įtaką $M - \kappa$ turi armavimo koeficientas (0,2 ... 2,0). Skaitinių eksperimentų $M - \kappa$ priklausomybių grafikai pateikti 1 paveiksle.



1 pav. Lenkiamų gelžbetoninių elementų $M - \kappa$ palyginimų grafikai. nuo armavimo koeficiento, betono klasė C20/25.

Lenkiamo gelžbetoninio elemento $\sigma_t - \varepsilon_t$ skaičiavimas

Tempiamojo betono įtempių – deformacijų diagramai nustatyti buvo priimtas G. Kaklauskio pasiūlytas integralinis lenkiamų gelžbetoninių elementų deformatyvumo fizikinis modelis [2]. Šis modelis apima tradicinės armatūros ir gniuždomo betono įtempių – deformacijų diagramas bei integralinę tempiamo betono priklausomybę. Terminu integralinis taip pat pažymima, kad fizikinis modelis skirtas ne įtempių – deformacijų būviui nustatyti tam tikrame elemento pjūvyje arba taške, o elemento ruožo, kaip atskirų pjūvių visumos, vidutinių deformacijų ir įtempių apskaičiavimui. Taip pat šiame $\sigma_t - \varepsilon_t$ skaičiavimo metode priimamos atitinkamos prielaidos: armatūros ir betono sukibimas laikomas idealiu, armatūros praslydimas betone, atsirandantis prie didesnių apkrovų, įvertinamas tempiamo betono fizikine priklausomybe, modelis pagrįstas vidutinių plyšių modeliu, t. y. skaičiavimuose taikomi vidutiniai įtempiai bei vidutinės deformacijos.

Nagrinėjamos lenkiamos dvipusiai armuotos sijos kreivis gali būti nustatytas, turint dviejų skirtingų sluoksnių deformacijas:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_c}{h} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{d}, \quad (6)$$

čia: ε_c , ε_t – kraštinių betono sluoksnių (atitinkamai gniuždomo ir tempiamo) vidutinės deformacijos; ε_s – tempiamos armatūros vidutinė deformacija; h , d – atitinkamai skerspjūvio aukštis ir naudingas aukštis.

Neutraliosios ašies padėtis gali būti nustatyta iš sąlygos:

$$y_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t - \varepsilon_c} h = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s - \varepsilon_c} d, \quad (7)$$

Bet kurio sluoksnio deformacija:

$$\varepsilon_{z,i} = \kappa y_i, \quad (8)$$

kur $y_i - i$ – ojo sluoksnio atstumas nuo neutraliosios ašies.

Pusiausvyros sąlygos:

$$F_{cc} + F_{sc} + F_{ct} + F_{st} = 0, \quad (9)$$

$$M_{cc} + M_{sc} + M_{ct} + M_{st} - M_0 = 0, \quad (10)$$

čia F – vidaus jėgos, M – vidaus jėgų momentai neutraliosios ašies atžvilgiu; M_0 – išorinis lenkimo momentas. Pirmoji indeksio raidė atitinka betoną (c – concrete) arba armatūrą (s – steel).

Empirinė lenkiamo gelžbetoninio elemento $\sigma_t - \varepsilon_t$ priklausomybė pagal EC2 [1]

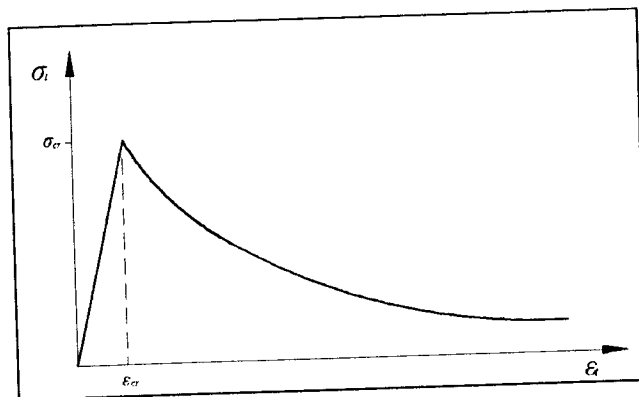
[vertinant supleišėjusio tempiamojo gelžbetoninio elemento darbą tarp plyšių, svarbu, kad jo deformacijų apskaičiavimo metodas būtų tikslus ir paprastas.

Atlikus skaitinio eksperimento rezultatų analizę nustatyta, kad $\sigma_t - \varepsilon_t$ diagramos (2 paveikslas) krentančiąją dalį galima aprašyti tokia priklausomybe:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right)^{0.5}}, \quad (11)$$

čia: A – koeficientas nustatomas taip:

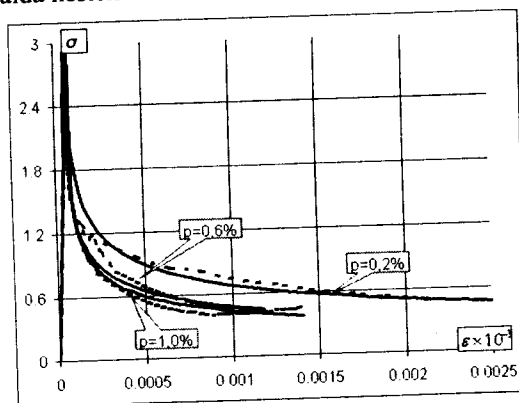
$$A = 0.738 + 1.003 p. \quad (12)$$



2 pav. Lenkiamų gelžbetoninių elementų $\sigma_c - \epsilon_c$ priklausomybė pagal pasiūlytąją (11) išraišką

Pateiktame 2 paveiksle vidutinių betono įtempių-deformacijų kreivę sudaro dvi dalys. Jos kylančioji dalis apibūdina nesupleišėjusio tempiamojo betono darbą, krentančioji akumuliuoja pleišėjimo ir betono elgsenos tarp plyšių efektus.

Supleišėjusio tempiamojo betono įtempių, nustatytų iš skaitinio eksperimento bei apskaičiuotų pasiūlytąją (11) išraišką, priklausomybė nuo deformacijų skirtingiems armavimo koeficientams pateikta 3 paveiksle. parodyta siūlomosios priklausomybės paklaida, lyginant su gautąja iš skaitinio eksperimento. Kaip matyti, imant įvairias armavimo koeficiento ir deformacijų reikšmes, paklaida nesiekia 8 %.



3 pav. Skaitiškai nustatytų (---) ir pagal (11) formulę (—) apskaičiuotų betono įtempių priklausomybė nuo deformacijų

Išvados

1. Pasiūlyta lenkiamo supleišėjusio gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų priklausomybė pagal EC2 [1].
2. Nustatyta, kad supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių ir deformacijų priklausomybė priklauso nuo armavimo koeficiento
3. Pasiūlytoji supleišėjusio lenkiamo gelžbetoninio elemento betono įtempių ir deformacijų diagrama gerai atitinka skaitinio eksperimento rezultatus (paklaida neviršija 8 %).

Literatūra

1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. Pr-EN 1992-1, 2004. 230 p.
2. Kaklauskas, G. Integralinis gelžbetoninių elementų deformatyvumo fizinis modelis d. Vilnius: Technika, 2000, p. 25–48.
3. Kaklauskas, G.; Ghaboussi, J. Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 2001, 127(1), p. 64–73.
4. Clark, L. A.; Speirs, D. M. Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load. Cement and Concrete Association, Technical Report No. 42.521, 1978. 20 p.
5. Torres, L. I.; Lopez-Almansa, F.; Bozzo, L. M. Tension-Stiffening Model for Cracked Flexural Concrete Members. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 2004, p. 1243–1251.

"Think Globally, Build Locally"



This CD-ROM contains papers or abstracts from the 2010 *fib* Congress and Exhibition Incorporating the PCI Convention and Bridge Conference.

Most papers have been peer-reviewed and revised to reflect reviewers' comments.
Some abstracts have been included when papers were not available.



INSTRUCTIONS

WIN 95/98/NT/XP/Vista/7:

The program will run automatically or double click on STARTERFILE.EXE

Macintosh:

Double click on HOME.HTML



Precast/Prestressed Concrete Institute

200 West Adams Street | Suite 2100 | Chicago, IL 60606-5230
Phone: 312-786-0300 | Fax: 312-621-1114 | www.pci.org

The Third International Congress and Exhibition

fib
CEB-CEIP

Incorporating the  **Annual Convention
& Bridge Conference**

Proceedings Disc

Washington, D.C.
May 29 - June 2, 2010
Gaylord National Resort



Organized by



www.pci.org

Co-sponsored by





and **PCI** would like to acknowledge and thank the 2010 Scientific/Review Committee

Tapio Aho	Hugo Corres Peiretti	Benjamin Graybeal	Giuseppe Mancini	Mary Lou Ralls	Luc Taenwe
Andrzej Ajdukiewicz	Edoardo Cosenza	V. N. Heggade	Snezana Marinkovic	Mark Rebertrost	Shirish Thakrar
Tess Althorn	Feng Dabin	Steinar Helland	Steffen Marx	Jacques Resplendino	Damir Tkalcić
Julio Appleton	Thomas D'Arcy	Pat Hynes	Stuart Matthews	Jose Restrepo	Thanasis Triantafyllou
György Balazs	Frank Dehn	Shoji Ikeda	Urs Meier	Sami Rizkalla	Tamon Ueda
Craig Barrett	John Dick	Alper Ilki	Marco Menegotto	Carin Roberts-Wollmann	Taketo Uomoto
Josee Bastien	Rolf Ellegehausen	James Jirsa	Brian Miller	Mario Rodriguez	Aad Van Der Horst
Konrad Bergmeister	Amr Elnashai	Paul Johal	Richard Miller	Henry Russell	Lucie Vandewalle
Hans-Dieter Beushausen	Michael Fardis	Milan Kalny	Alex Morales	Koji Sakai	Frank Vecchio
Emmanuel Bouchon	Ekkehard Fehling	Subbaiya Kanappan	Michel Moussard	Norman Scott	Michel Virlogeux
Mikael Braestrup	Jim Forbes	Wayne Kassian	Harald Muller	Larbi Sennour	Jan L. Vitek
Gian Michele Calvi	Stephen Foster	Akio Kasuga	Aurelio Muttoni	Rita Seraderian	Joost Walraven
Eduardo Carvalho	Dan Frangopol	Jean-Francois Klein	Theodore Neft	Venkatesh Seshappa	David Wan
Reid Castrodale	Dean Frank	Alena Kohoutkova	William Nickas	Lidia Shehata	Fumio Watanabe
Vladimir Cervenka	Sid Freedman	Johann Kollegger	Tor Ole Olsen	Viktor Sigrist	James Wight
Milan Chandoga	Catherine French	Olli Korander	Andrew Osborn	Johan Silfverbrand	Jun Yamazaki
Vijay Chandra	Hans Rudolf Ganz	Jason Krohn	Stephen Pessiki	Fernando Stucchi	Yuan Yong
Gordon Clark	Luis Garcia	Daniel Kuchma	Brett Pielstick	Haluk Sucuoglu	Paul Zia
Ned Cleland	Christoph Gehlen	Emily Lorenz	Paolo Pinto	Maher Tadros	



Search by:

All fields

Kaklauskas

Sort by: Paper ID

Search

Clear

☐ All of these words (=AND)☐ Any of these words (=OR)☒ Phrase searchID: 223
EADID: 227
EAD**Index of:** Author

Abdalsamad, Ayham
 Abe, Ryota
 Abrams, Jim
 Abu Hawash, Ahmad
 Acun, Bora
 Adhikari, Sudeep
 Afif, Nadir
 Agbodjan, William Prince
 Agnieszka Bigaj Van Vliet
 Ahmed, Shaikh
 Ahn, Jung Saeng
 Ahn, Sang Sup
 Aho, Hanna
 Ajdukiewicz, Andrzej B.
 Akiyama, Mitsuyoshi
 Akiyama, Takayuki
 Akraa, Mohammed
 Al Jabri, Khalifa
 Al Saidy, Abdullah
 Albajar, Luis
 Alcantara, Ofelia
 Alexander, Mark
 Ali, Karray Med
 Alimchandani, C. R.
 Almansour, Husham
 Almeida, Joao
 Ambio, Francisco

[Home](#) | [View All Reports](#) | [Help](#)
Kaklauskas

Total # 2

Tension-Stiffening Relationships Based on Design Code Provisions

Authors: Kaklauskas, Gintaris; Gribniak, Viktor; Girdzuis, Rokas; Vainiunas, Povilas; Bacinskas, Darius

Keywords: Standards, Specifications, and Design Codes; Modeling: Methods and Behavior

Short-Term Deflections of RC Members: Codes versus FE Modeling

Authors: Gribniak, Viktor; Cervenka, Vladimir; Kaklauskas, Gintaris; Bacinskas, Darius

Keywords: Standards, Specifications, and Design Codes; Modeling: Methods and Behavior

[Print this Page](#)

TENSION-STIFFENING RELATIONSHIPS BASED ON DESIGN CODE PROVISIONS

Gintaris Kaklauskas, Habil Dr, Department of Bridges and Special Structures,
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

Viktor Gribniak, PhD, Department of Bridges and Special Structures,
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

Rokas Girdzius, PhD, Department of Bridges and Special Structures,
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

Povilas Vainiunas, PhD, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures,
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

Darius Bacinskas, PhD, Department of Bridges and Special Structures,
Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania

ABSTRACT

Present research was aiming at deriving tension-stiffening relationship based on Eurocode 2 provisions for deformation analysis of bending RC members. According to the algorithm proposed by the authors, tension-stiffening relationships were derived from moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams calculated using Eurocode 2 technique. The obtained relationships were applied in the numerical study, using nonlinear finite element software ATENA and Layer section model. Theoretical results were compared with experimental data of beams reported in the literature. The analyses have shown that the deformations of flexural RC members calculated using the derived tension-stiffening relationship and the Eurocode 2 technique were in good agreement.

Keywords: Reinforced concrete, Cracking, Tension-stiffening, Curvature, Numerical modeling.

INTRODUCTION

In the countries all over the world, strength analysis of bending reinforced concrete structures is based on a unified approach, i.e. the *limit state* method. On the contrary, cracking and stiffness techniques of various design codes are based on different assumptions and approaches^{1,2}. Predictions by different design code methods of serviceability problems can vary several times¹.

Main disadvantage of design code methods is their limited application regarding the structural shape and loading cases. An alternative to the design code methods is numerical techniques. These techniques can evaluate irregular geometrical shape of the structure, specific loading conditions and nonlinear properties of the materials³. Results of analysis are dependent on constitutive models of concrete and reinforcing steel. Modeling reinforcing steel is simple. A large number of models have been proposed for concrete in compression⁴. However, no significant difference is observed when different relationships are used in numerical procedures for deformational analysis of cracked RC beams⁵. It should be noted that modeling behavior of cracked tensile concrete is a much more complicated issue. Due to bond with reinforcement, the cracked concrete between cracks carries a certain amount of tensile force normal to the cracked plane. The concrete adheres to reinforcement bars and contributes to overall stiffness of the structure. The phenomenon, called *tension-stiffening*, has significant influence on the results of short-term deformational analysis.

Based on a variety of assumptions, many constitutive models for cracked concrete in tension have been proposed for case of short-term loading⁵⁻¹⁰. Present research was aiming at deriving a tension-stiffening relationship conforming to *Eurocode 2* provisions for deformational analysis of bending RC members. According to the algorithm proposed by Kaklauskas & Ghaboussi⁸, the tension-stiffening relationship was derived using moment-curvature diagrams of reinforced concrete beams calculated by the *Eurocode 2* technique¹¹. The obtained tension-stiffening relationship was applied in the numerical analysis using nonlinear finite element software ATENA and *Layer* section model⁷. The calculation results were compared with experimental data of beams reported in the literature¹².

1. CURVATURE ANALYSIS BY EUROCODE 2 TECHNIQUE

As shown in Fig. 1a, in the *Eurocode 2* model¹¹ for deformation analysis, a reinforced concrete member is divided into two regions: *region I*, uncracked, and *region II*, fully cracked. In *region I*, both the concrete and steel behave elastically, while in *region II* the reinforcing steel carries all the tensile force on the member after cracking. The average curvature is expressed as

$$\kappa = (1 - \zeta) \kappa_1 + \zeta \kappa_2. \quad (1)$$

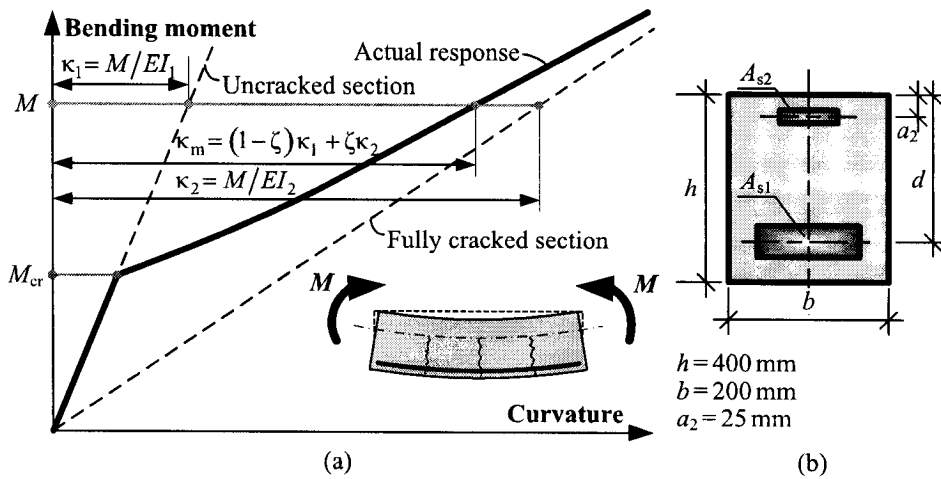


Fig. 1. Modeling flexural behavior of RC members according to the *Eurocode 2*¹¹ (a) and cross-section (b)

In Equation (1), κ_1 and κ_2 correspond to the curvatures in *regions I*, and *II*, respectively. A coefficient ζ indicates how close the stress-strain state is to the condition causing cracking. It takes a value of zero at the cracking moment and approaches unity as the loading increases above the cracking moment:

$$\zeta = 1 - \beta \left(M_{cr} / M \right)^2. \quad (2)$$

Here β is a factor taken as 1.0 for the case of short-term loading; M_{cr} and M are the cracking and the applied bending moments, respectively. Curvature of uncracked and cracked cross-section of RC member is calculated using classical formulae of strength of materials, taking into account stiffness of uncracked and fully cracked cross-section respectively:

$$\kappa_{1(2)} = M / E_c I_{1(2)}. \quad (3)$$

Here I_1 and I_2 are the moment of inertia of uncracked and fully cracked states, respectively; $E_c = 1.05 E_{cm}$ is the modulus of elasticity of concrete; E_{cm} is the secant modulus. In present study material parameters of concrete (secant modulus, tensile and compressive strength) were calculated by *Eurocode 2* formulas¹¹.

Cracking moment of reinforced concrete flexural member is written as:

$$M_{cr} = f_{ct} W_1, \quad (4)$$

where f_{ct} is concrete tensile strength; W_1 is section modulus in region *I*.

2. INVERSE ANALYSIS USING LAYER SECTION MODEL

The *inverse* procedure uses a simple iterative technique of deformational analysis of composite members based on *Layer* section model⁷. The calculation is based on formulae of strength of materials extended to application of *Layer* section model and material diagrams. The following assumptions have been adopted: 1) average strain, also called as smeared crack, concept; 2) linear strain distribution within the depth of the section; 3) perfect bond between layers.

Consider a doubly reinforced concrete member subjected to pure bending. A cross-section for such member is presented in Fig. 2a. The member's cross-section is divided into horizontal layers corresponding to either concrete or reinforcement (see Fig. 2b). Thickness of the reinforcement layer is taken from the condition of the equivalent area. The analysis needs to assume material laws for reinforcement and compressive and tensile concrete schematically shown in Figs. 2f and 2g. Curvature and strain at any layer i (see Fig. 2d) can be calculated by the formulae:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{M_{\text{ext}}}{IE}; \quad \varepsilon_i = \frac{M_{\text{ext}}}{IE} [y_i - y_{\text{RC}}]; \quad y_{\text{RC}} = \frac{SE}{AE}; \quad AE = \sum_{i=1}^n b_i t_i E_{i,\text{sec}}; \\ SE &= \sum_{i=1}^n b_i t_i y_i E_{i,\text{sec}}; \quad IE = \sum_{i=1}^n \left\{ b_i t_i^3 / 12 + b_i t_i [y_i - y_{\text{RC}}]^2 \right\} E_{i,\text{sec}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Here M_{ext} is the external bending moment; AE , SE and IE are the area, the first and the second moments of the area multiplied by *secant* modulus.

For the given strains and constitutive laws (see Figs. 2d and 2c), stresses and corresponding secant modulus are calculated. The analysis is performed iteratively until convergence of secant modulus at each layer is reached. Figures 2d and 2e illustrate strain and stress distributions within the *Layer* section model.

The *inverse* method aims at deriving average stress-average strain (tension-stiffening) relationships of cracked tensile concrete using test data of flexural RC members. The experimental data can be as follows: a) moment-average strain at any layer or b) moment-curvature relationship. Using material test data, constitutive relationships for steel and compressive concrete should be defined. The *inverse* method also employs constitutive laws for steel and compressive concrete assumed either from tests or analytically. The technique is based on the *direct* method discussed above and uses one additional assumption: 4) all fibers in the tensile concrete zone follow the same stress-strain law. Based on geometrical parameters of the cross-section, *Layer* section model has to be composed.

Present analysis is based on use of a moment-curvature relationship. Computations are performed iteratively for incrementally increasing bending moment. For given load increment, initial value of secant deformation modulus of tensile concrete is assumed. Based on *direct* analysis, curvature is calculated. If it differs from the experimental value more than the assumed tolerance, the analysis is proceeded using the hybrid *Newton-Raphson* &

Bisection procedure¹³. A secant deformation modulus of tensile concrete calculated for the extreme tensile fibre of the section is defined at each of iterations. *Gribniak*¹⁴ has investigated numerical implementation of the *inverse* procedure.

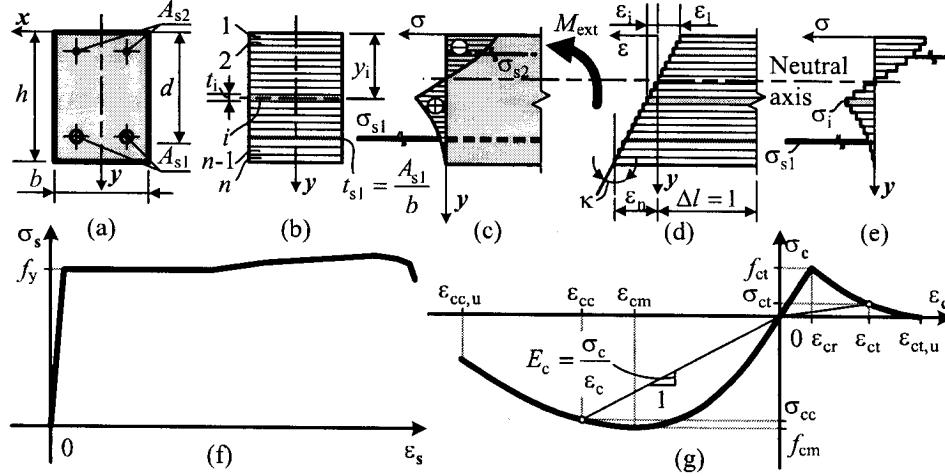


Fig. 2. Layer section model of RC section (a)–(e) and a constitutive relationships for reinforcement steel (f) and concrete (g)

3. DERIVING TENSION-STIFFENING RELATIONSHIP

Inverse analysis has been carried out for a rectangular reinforced concrete section subjected to bending (see Fig. 1b). The *inverse* technique was applied for deriving tension-stiffening relationships using the moment-curvature diagrams calculated by the *Eurocode 2*. The diagrams were calculated for a number of reinforced concrete sections having different amount of tensile reinforcement ($p = A_s / bd = 0.2, 0.4 \dots$, and 2.0%), grade of concrete (C20/25, C30/37, C35/45, and C60/75), effective depth ($d / h = 0.75 \div 0.975$), and modulus of elasticity of steel (170, 190, and 210 GPa). The ratio of the area of compressive and tensile reinforcement, A_{s2} / A_{s1} , was taken to be 0.25.

For the above model parameters, 384 moment-curvature diagrams were generated. For each of them, tension-stiffening relationships were obtained. Some of the calculated diagrams are shown in Fig. 3. A regression analysis performed has shown that the tension-stiffening relationships significantly (in statistical terms) depend on reinforcement ratio p and modulus ratio n . The analysis has resulted in the following expression for modeling of tension-stiffening:

$$\sigma_t = \begin{cases} E_c \epsilon_t, & \epsilon_t \leq \epsilon_{cr}; \\ f_{ct} / \left(1 + B \sqrt{\epsilon_t / \epsilon_{cr}} \right), & \epsilon_t > \epsilon_{cr}. \end{cases} \quad (6)$$

In above Equation, σ_t and ε_t are the stress and strain of tensile concrete, respectively; f_{ct} and $\varepsilon_{cr} = f_{ct}/E_c$ are the tensile strength and the cracking strain, respectively; B is an empirical factor defined as:

$$B = 0.738 + pn, \quad n = E_s/E_c, \quad (7)$$

The comparison results on the predictions of the tension-stiffening curves for varying reinforcement ratio and grade of concrete are presented in Figs. 3c and 3d. The calculated and derived curves are shown by dashed and solid lines, respectively. Good agreement of the curves can be stated.

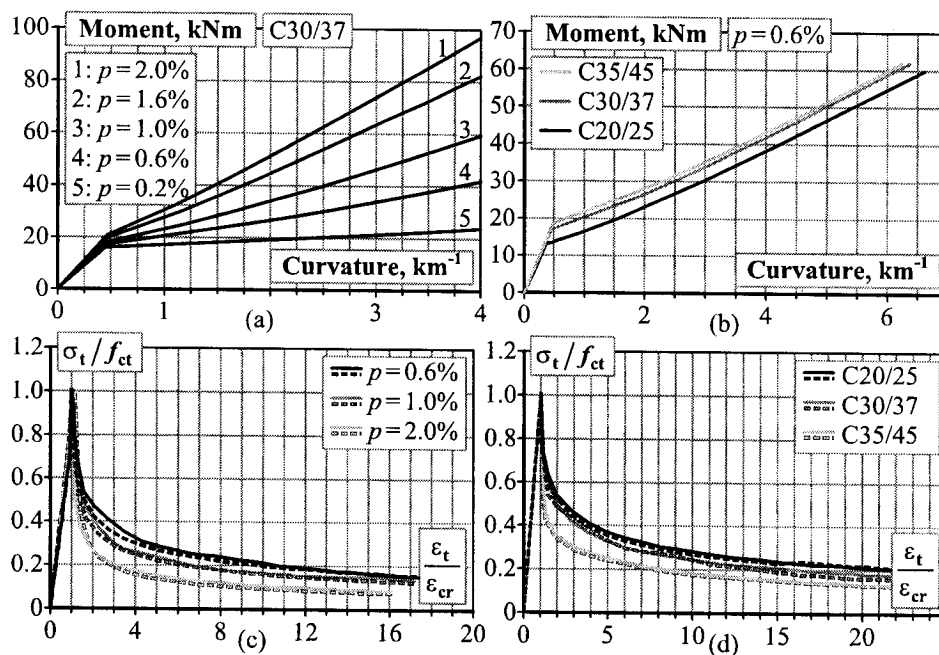


Fig. 3. Moment-curvature diagrams with ranging reinforcement ratio (a) and concrete grade (b); derived tension-stiffening relationships with ranging reinforcement ratio (c) and concrete grade (d)

4. APPLICATION OF THE TENSION-STIFFENING RELATIONSHIPS

This section presents application of the proposed tension-stiffening relationship in the nonlinear analysis of reinforced concrete beams. For that purpose, the relationship were incorporated into finite element software *ATENA* and *Layer* section model⁷. RC beams, tested by *Clark & Speirs*¹², were used for the analysis.

Present investigation employs test data of two beams, namely *B-1R* and *B-2*. The beams were nominally 3.2 m long, 400 mm high and 200 mm wide. They were tested under a four-point

loading system which gave a constant moment zone of 1.2 m and two shear spans of 1.0 m. Each beam in tension zone was reinforced with three bars. However, the specimens had different reinforcement diameter and, therefore, different ratio. Main parameters of the beams are given in Table 1.

Moment-curvature diagrams calculated by the *Eurocode 2* technique, the *Layer* section model and *ATENA* software are shown in Fig. 4 along with test data. It can be concluded that good agreement has been achieved between the predictions. It can be also noted that the theoretical results fitted well the test data.

Table 1. Main characteristics of experimental beams¹²

Beam	h	b	A_{s1}	$f_{c,cube}$
	mm		mm ²	MPa
<i>B-1R</i>	412	202	1472	34.7
<i>B-2</i>	408	203	943	33.3

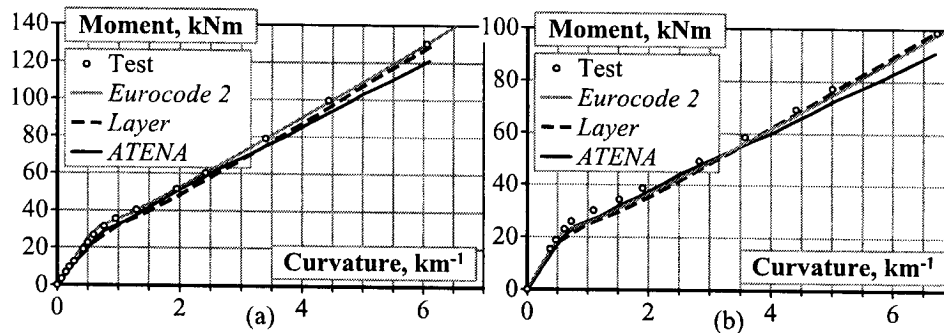


Fig. 4. Moment-curvature diagrams of beams¹² *B-1R* (a) and *B-2* (b)

CONCLUDING REMARKS

In present research, based on *inverse* analysis, a tension-stiffening relationship conforming to *Eurocode 2* provisions has been derived. The analysis was based on smeared crack approach with tension-stiffening attributed to the tensile concrete zone. The tension-stiffening relationship was derived using moment-curvature diagrams calculated by the *Eurocode 2* method. A simple analytical relationship has been proposed for modeling tension-stiffening effect in reinforced concrete beams. Average stress of cracked tensile concrete depend on average strain, reinforcement ratio p and modulus ratio n . The obtained relationship was applied in the numerical study, using nonlinear finite element software *ATENA* and *Layer* section model. The analyses have shown that the deformations of reinforced concrete flexural members calculated by the proposed tension-stiffening relationship and the *Eurocode 2* technique were in good agreement.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the *Lithuanian State Fund of Research and Studies*, and by the complementary financial support provided by the *Agency of International Programs of Scientific and Technology Development in Lithuania*.

REFERENCES

1. Borosnyói, A. and Balázs, G. L. "Models for Flexural Cracking in Concrete – State-of-Art," *Structural Concrete*, Vol. 6, No. 2, June 2005, pp. 53-62.
2. Kaklauskas, G. *Integral Flexural Constitutive Model for Deformational Analysis of Concrete Structures*. Vilnius: Technika, 2001. 140 p.
3. Zergua, A. and Naimi, M. "Elastic-Plastic Fracture Analysis of Structural Columns," *Journal of Civil Engineering and Management*, Vol. 12, No. 2, June 2006, pp. 181-186.
4. Popovics, S. A. "Review of Stress-Strain Relationships for Concrete," *ACI Journal Proceedings*, Vol. 67, No. 3, March 1970, pp. 243-248.
5. Stramandinoli, R. S. B. and Rovere, H. L. L. "An Efficient Tension-Stiffening Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members," *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 7, July 2008, pp. 2069-2080.
6. Gribniak, V., Kaklauskas, G., and Bacinskas, D. "State-of-Art Review on Shrinkage Effect on Cracking and Deformations of Concrete bridge elements," *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, Vol. 2, No. 4, 2007, pp. 183-193.
7. Kaklauskas, G. "Flexural Layered Deformational Model of Reinforced Concrete Members," *Magazine of Concrete Research*, Vol. 56, No. 10, December 2004, pp. 575-584.
8. Kaklauskas, G. and Ghaboussi, J. "Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests," *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 1, January 2001, pp. 64-73.
9. Nayal, R. and Rasheed, H. A. "Tension Stiffening Model for Concrete Beams Reinforced with Steel and FRP Bars," *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 18, No. 6, November/December 2006, pp. 831-841.
10. Torres, L., Lopez-Almansa F., and Bozzo, L. M. "Tension-Stiffening Model of Cracked Flexural Concrete Members," *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 8, August 2004, pp. 1242-1251.
11. CEN (Comité Européen de Normalisation). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1:2004*. Brussels: CEN, 2004. 230 p.
12. Clark, L. A., and Speirs, D. M. *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load. Technical Report 42.521*. London: Cement and Concrete Association, 1978. 19 p.
13. Verzhbitsky, V. M. *Foundations of Numerical Methods*. Moscow: Vysshaya Shkola, 2005. 840 p. (in Russian).
14. Gribniak, V. *Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures*. PhD thesis. Vilnius: Vilnius Gediminas Technical University, 2009. 146 p.