



Zita SAVICKIENĖ

TEORINĖ ELEKTROTECHNIKA

Projekto kodas

VP1-2.2-ŠMM-07-K-01-047



VGTU Elektronikos fakulteto
I pakopos studijų programų
esminis atnaujinimas

Vilnius „Technika“ 2012

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Zita SAVICKIENĖ

TEORINĖ ELEKTROTECHNIKA

Praktinės užduotys ir metodikos nurodymai

Vilnius „Technika“ 2012

Z. Savickienė. Teorinė elektrotechnika: praktinės užduotys ir metodikos nurodymai. Vilnius: Technika, 2012. 124 p. [5,41 aut. l. 2012 06 04].

Šis technologijos mokslų srities, elektronikos ir elektros mokslo krypties leidinys skirtas Elektronikos fakulteto pagrindinių nuolatinų ir išstėtinių studijų studentams, studijuojantiems teorinės elektrotechnikos kursą. Jame pateikiamos užduotys ir metodikos nurodymai nuolatinės srovės, kintamosios srovės vienfazių ir trifazių elektros grandinių teorinės elektrotechnikos praktinėms užduotims atlikti. Leidiniu galės naudotis ir kitų fakultetų studentai.

Leidinį rekomendavo VGTU Elektronikos fakulteto studijų komitetas

Recenzavo:

prof. dr. Vygaudas Kvedaras, VGTU Elektrotechnikos katedra

prof. habil. dr. Algimantas Juozas Poška, VGTU Automatikos katedra

Leidinyje parengtas vykdant projektą „VGTU Elektronikos fakulteto I pakopos studijų programų esminis atnaujinimas“. Leidinio rengimą ir leidybą finansavo Vilniaus Gedimino technikos universitetas ir Europos socialinis fondas (sutarties Nr. VP1-2.2-ŠMM-07-K-01-047).

VGTU leidyklos TECHNIKA 1324-S mokomosios
metodinės literatūros knyga
<http://leidykla.vgtu.lt>

Redaktorė *Reda Asakavičiūtė*
Maketuotojas *Donaldas Petrauskas*

eISBN 978-609-457-143-5
doi:10.3846/1324-S

© Zita Savickienė, 2012
© Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2012

TURINYS

Ivadas	4
1. Nuolatinės srovės grandinių analizė	5
1.1. Paprastų nuolatinės srovės grandinių analizė	5
1.2. Sudėtingų nuolatinės srovės grandinių analizė	12
1.2.1. Sudėtingos grandinės analizė Kirchhofo lygčių metodu	12
1.2.2. Sudėtingos grandinės analizė mazgų potencialų metodu	19
1.2.3. Sudėtingos grandinės analizė kontūrų srovių metodu	27
1.2.4. Sudėtingos grandinės analizė ekvivalentinio šaltinio metodu	35
2. Vienfazių kintamosios srovės grandinių analizė	45
2.1. Paprastų kintamosios srovės grandinių analizė	45
2.1.1. Nuoseklios R , L , C grandinės analizė	45
2.1.2. Lygiagrečios R , L , C grandinės analizė	55
2.2. Sudėtingų kintamosios srovės grandinių analizė	65
2.3. Sudėtingų grandinių su abipusiu induktyvumu analizė ..	77
3. Trifazių grandinių analizė	84
3.1. Žvaigžde sujungtos trifazės grandinės analizė	84
3.1.1. Žvaigžde sujungtos simetrinės trifazės grandinės analizė	84
3.1.2. Žvaigžde sujungtos nesimetrinės trifazės grandinės analizė	87
3.2. Trikampiu sujungtos trifazės grandinės analizė	98
3.2.1. Trikampiu sujungtos simetrinės trifazės grandinės analizė	98
3.2.2. Trikampiu sujungtos nesimetrinės trifazės grandinės analizė	101
Uždavinių atsakymai	106
Literatūra	124

IVADAS

Teorinės elektrotechnikos praktinių užduočių tikslas – padėti studentams suvokti teorinę paskaitų medžiagą, įgyti gebėjimų skaičiuoti elektros grandines, patikrinti teorijoje nagrinėtus reiškinius, išmokti palyginti teorinius ir skaičiavimų rezultatus, gebėti skaičiuoti elektros grandines naudojantis kompiuteriu, suformuluoti išvadas, skatinti savarankiškai dirbti.

Kiekvieno skyrelio pradžioje yra pateiktos savarankiško skaičiavimo grandinės, grandinių elementų parametrai ir užduotys. Toliau nurodomas skaičiavimo pavyzdys ir skaičiuojamos grandinės modelis naudojant kompiuterinę *Multisim* programą. Taikant šiuos modelius, galima patikrinti skaičiavimo rezultatus.

Praktinių užduočių rinkinyje pateikiamos užduotys nuolatinės ir kintamosios srovės paprastoms ir sudėtingoms grandinėms, taip pat trifazėms kintamosios srovės grandinėms skaičiuoti.

Užduočių rinkinio pabaigoje yra nurodyti užduočių atsakymai.

1. NUOLATINĖS SROVĖS GRANDINIŲ ANALIZĖ

1.1. Paprastų nuolatinės srovės grandinių analizė

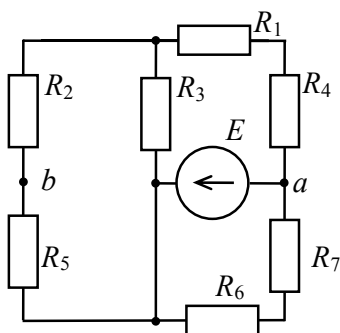
Rasti 1.1–1.8 pav. pateiktų grandinių:

1. Grandinės atstojamąją varžą R_a .

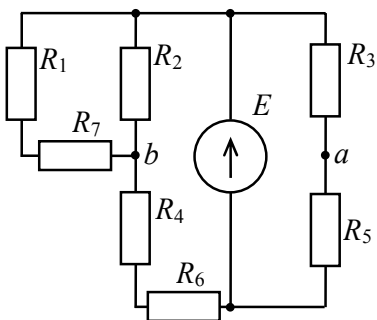
2. Šakų srovės.

3. Įtampą tarp a ir b U_{ab} .

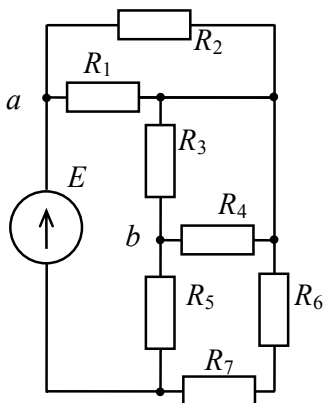
1.1–1.8 pav. grandinių elementų parametrai pateikti 1.1 lentelėje.



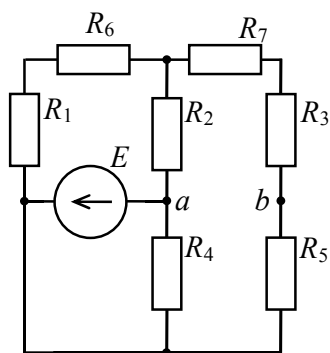
1.1 pav.



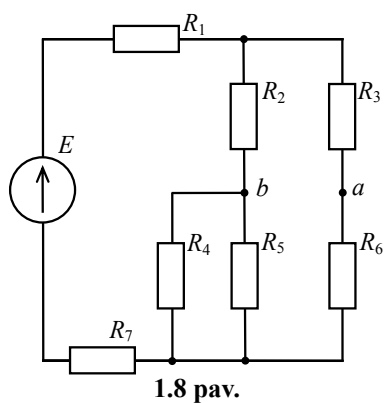
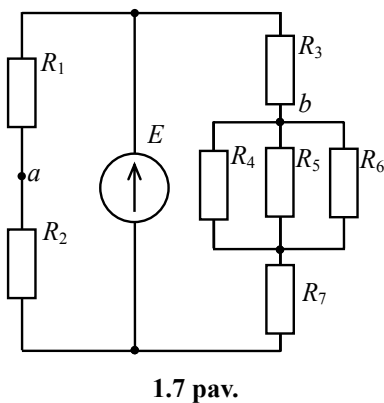
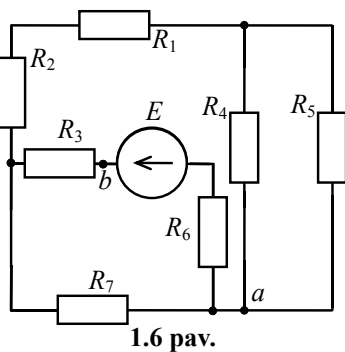
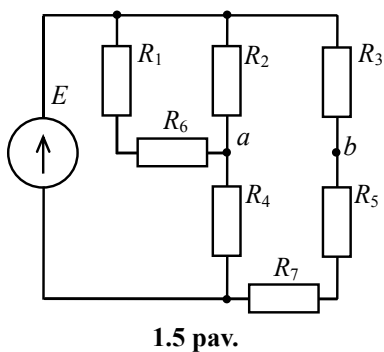
1.2 pav.



1.3 pav.



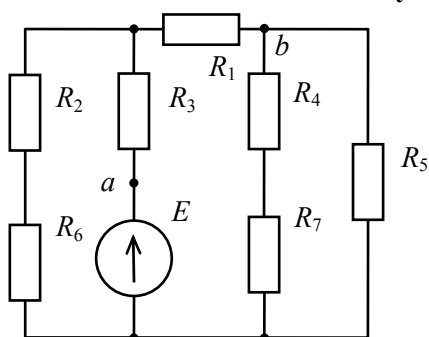
1.4 pav.



1.1 lentelė. 1.1–1.8 pav. pateiktų grandinių elementų parametrai

Pav. Nr.	E, V	R_1, Ω	R_2, Ω	R_3, Ω	R_4, Ω	R_5, Ω	R_6, Ω	R_7, Ω
1.1	24	1	2	12	3	4	2	6
1.2	12	4	12	4	1	6	2	2
1.3	36	24	24	12	12	6	4	20
1.4	120	50	20	5	40	20	10	5
1.5	60	20	60	15	15	25	10	10
1.6	120	5	5	10	60	40	30	70
1.7	180	10	50	5	20	30	60	15
1.8	72	5	2	6	12	6	6	3

Pavyzdys



1.9 pav. Pavyzdžio grandinė

Duota: $E = 150 \text{ V}$; $R_1 = 20 \Omega$;

$R_2 = 50 \Omega$; $R_3 = 60 \Omega$;

$R_4 = 40 \Omega$; $R_5 = 60 \Omega$;

$R_6 = 70 \Omega$; $R_7 = 80 \Omega$.

Rasti:

1. Grandinės atstojamąją varžą R_a .
2. Šakų sroves.
3. Įtampą U_{ab} .

Sprendimas

1. Duotoji grandinė (1.9 pav.) yra paprasta, nes joje yra tik vienas šaltinis, o varžos sujungtos nuosekliai lygiagrečiai. Todėl jai skaičiuoti pakanka Omo dėsnio. Paprastoje grandinėje reikia pažymėti tikras šakų srovių kryptis. Grandinėje yra 5 šakos ($S = 5$, čia S – šakų skaičius), todėl pažymimos 5 srovės (1.10 pav.). Srovių indeksai sutampa su varžų indeksais: per varžą R_1 – srovė I_1 , per nuosekliai sujungtas varžas R_2 ir R_6 – srovė I_{26} , per varžą R_3 – srovė I_3 , per nuosekliai sujungtas varžas R_4 ir R_7 – srovė I_{47} ir per varžą R_5 – srovė I_5 . Pradedama žymėti nuo srovės I_3 per šaltinį. Paprastoje grandinėje srovės per šaltinį kryptis turi sutapti su elektrovaros šaltinio E kryptimi. Srovė I_3 mazge c išsiskirsto į dvi sroves: I_1 ir I_{26} . Srovė I_1 įteka į mazgą b ir išsiskirsto į dvi sroves: I_5 ir I_{47} .

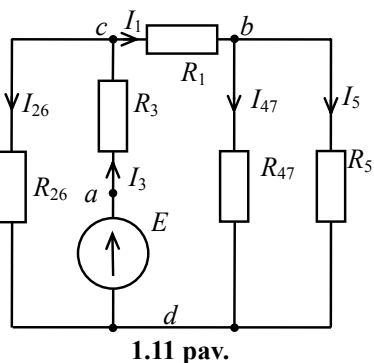
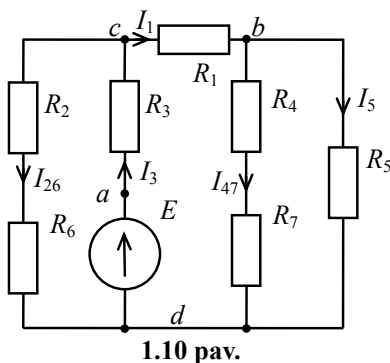
Grandinė pradedama prastinti nuo nuosekliai sujungtų varžų (1.11 pav.):

$$R_{26} = R_2 + R_6 = 50 + 70 = 120 \Omega;$$

$$R_{47} = R_4 + R_7 = 40 + 80 = 120 \Omega.$$

Varžos R_{47} ir R_5 yra prijungtos prie tos pačios įtampos (prie tų pačių mazgų b ir d) – jos sujungtos lygiagrečiai ir jų atstojamoji varža R_{bd} :

$$R_{bd} = \frac{R_{47} \cdot R_5}{R_{47} + R_5} = \frac{120 \cdot 60}{120 + 60} = 40 \Omega.$$

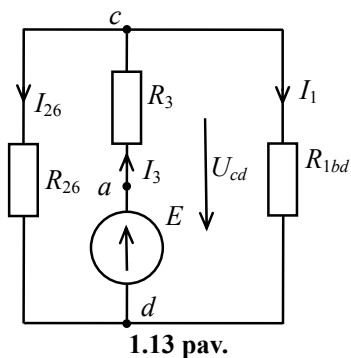
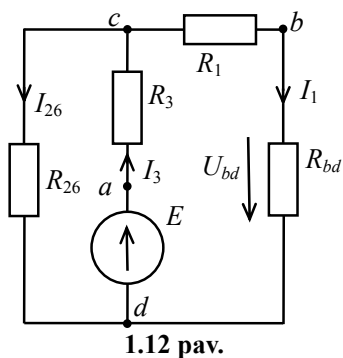


Mazgas b tapo tašku, varžos R_1 ir R_{bd} sujungtos nuosekliai (1.12 pav.). Jų atstojamoji varža

$$R_{1bd} = R_1 + R_{bd} = 20 + 40 = 60 \, \Omega .$$

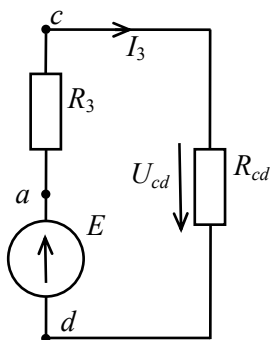
Varžos R_{26} ir R_{1bd} yra prijungtos prie tos pačios įtampos (prie tų pačių mazgų c ir d) (1.13 pav.) – jos sujungtos lygiagrečiai ir jų atstojamoji varža R_{cd}

$$R_{cd} = \frac{R_{1bd} \cdot R_{26}}{R_{1bd} + R_{26}} = \frac{60 \cdot 120}{60 + 120} = 40 \, \Omega .$$

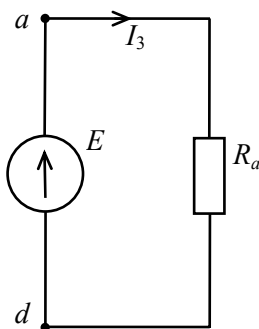


Atlikus tokį pakeitimą, gaunama 1.14 pav. pateikta grandinė. Atstojamoji grandinės varža (1.15 pav.)

$$R_a = R_3 + R_{cd} = 60 + 40 = 100 \, \Omega .$$



1.14 pav.



1.15 pav.

2. Pirmiausia galima apskaičiuoti srovę I_3 (1.14 ir 1.15 pav.). Pagal Omo dėsnį uždarai grandinei

$$I_3 = \frac{E}{R_a} = \frac{150}{100} = 1,5 \text{ A}.$$

Lygiagrečių šakų varžos R_{26} ir R_{1bd} (1.12 ir 1.13 pav.) yra prijungtos prie įtampos U_{cd} . Šią įtampą galima surasti pagal Omo dėsnį grandinės daliai (1.14 pav.)

$$U_{cd} = I_3 \cdot R_{cd} = 1,5 \cdot 40 = 60 \text{ V}.$$

Lygiagrečių šakų srovės (1.13 pav.)

$$I_1 = \frac{U_{cd}}{R_{1bd}} = \frac{60}{60} = 1 \text{ A};$$

$$I_{26} = \frac{U_{cd}}{R_{26}} = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ A}.$$

Lygiagrečių šakų varžos R_{47} ir R_5 (1.10 ir 1.11 pav.) yra prijungtos prie įtampos U_{bd} . Šią įtampą galima surasti pagal Omo dėsnį grandinės daliai (1.12 pav.)

$$U_{bd} = I_1 \cdot R_{bd} = 1 \cdot 40 = 40 \text{ V}.$$

Lygiagrečių šakų srovės (1.11 ir 1.12 pav.)

$$I_{47} = \frac{U_{bd}}{R_{47}} = \frac{40}{120} = 0,333 \text{ A} ;$$

$$I_5 = \frac{U_{bd}}{R_5} = \frac{40}{60} = 0,667 \text{ A} .$$

Srovių teisingumu galima įsitikinti, patikrinus pirmąjį Kirchhofo dėsnį:

$$\text{Mazgui } b: I_1 - I_{47} - I_5 = 1 - 0,333 - 0,667 = 0 \text{ A} .$$

$$\text{Mazgui } c: I_{26} - I_3 + I_1 = 0,5 - 1,5 + 1 = 0 \text{ A} .$$

$$\text{Mazgui } d: I_{26} - I_3 + I_{47} + I_5 = 0,5 - 1,5 + 0,333 + 0,667 = 0 \text{ A} .$$

3. Įtampą tarp a ir b galima skaičiuoti dviem būdais:

$$\text{praeinant per } c: U_{ab} = I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 = 1,5 \cdot 60 + 1 \cdot 20 = 110 \text{ V} .$$

$$\text{praeinant per } d: U_{ab} = E - I_5 \cdot R_5 = 150 - 0,667 \cdot 60 = 110 \text{ V} .$$

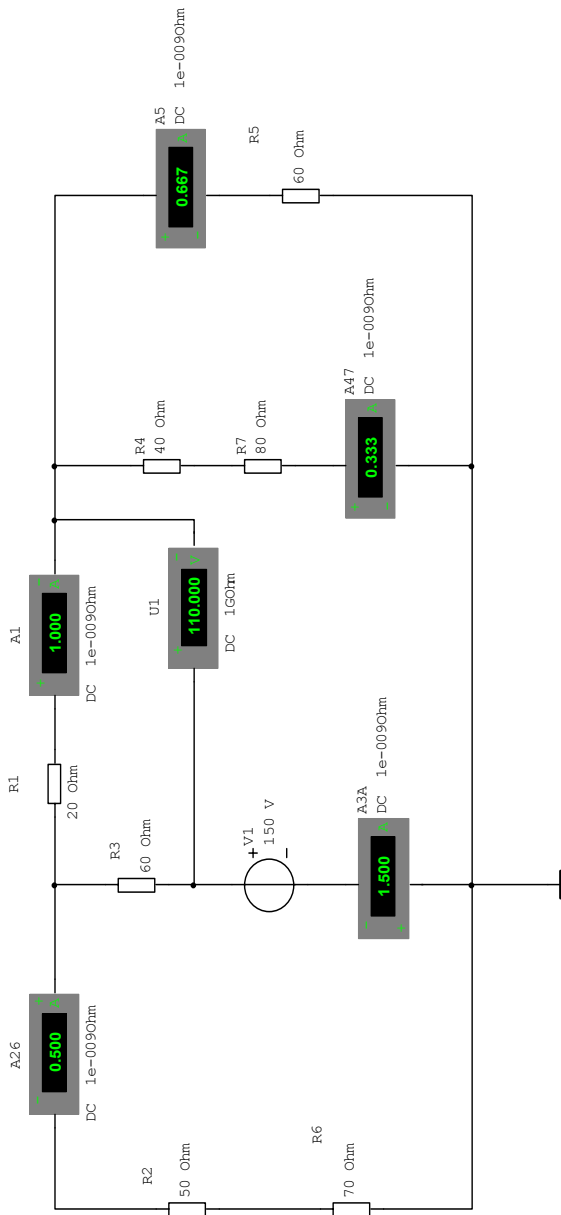
Atsakymas:

$$1. R_a = 100 \Omega .$$

$$2. I_3 = 1,5 \text{ A}; I_1 = 1 \text{ A}; I_{26} = 0,5 \text{ A}; I_{47} = 0,333 \text{ A}; I_5 = 0,667 \text{ A} .$$

$$3. U_{ab} = 110 \text{ V} .$$

1.16 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės modelis *Multisim* aplinkoje. Šiuo modeliu galima patikrinti, ar teisingai išspręstas uždavinys.



1.16 pav. 1.9 pav. grandinēs modelis *Multisim* aplinkojē

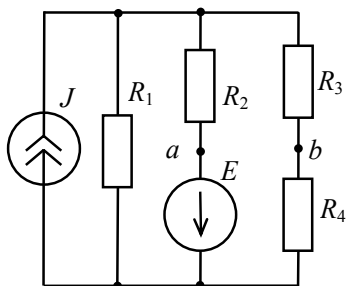
1.2. Sudėtingų nuolatinės srovės grandinių analizė

1.2.1. Sudėtingos grandinės analizė Kirchhofo lygčių metodu

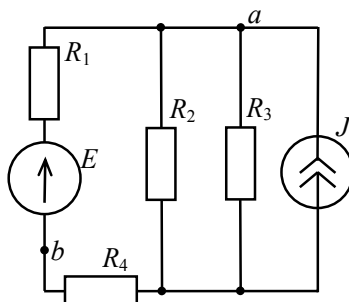
Rasti 1.17–1.24 pav. pateiktų grandinių:

1. Šakų srovės Kirchhofo lygčių metodu.
2. Įtampą U_{ab} .
3. Patikrinti galių balansą.

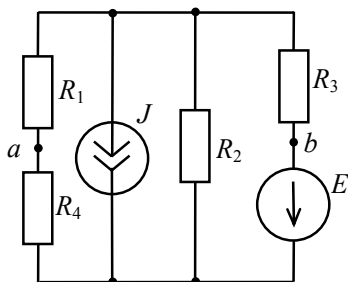
1.17–1.24 pav. grandinių elementų parametrai pateikti 1.2 lentelėje.



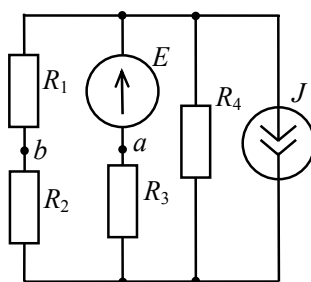
1.17 pav.



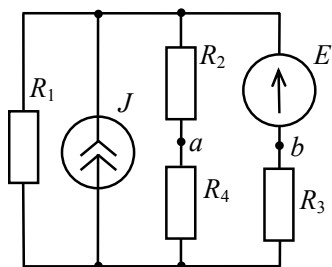
1.18 pav.



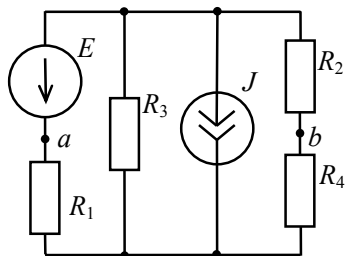
1.19 pav.



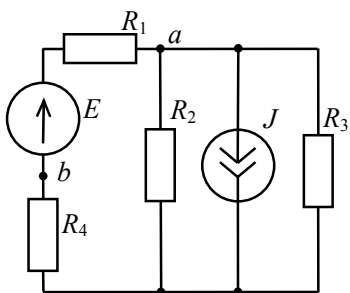
1.20 pav.



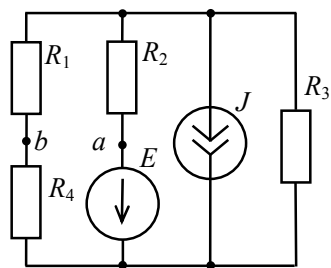
1.21 pav.



1.22 pav.



1.23 pav.

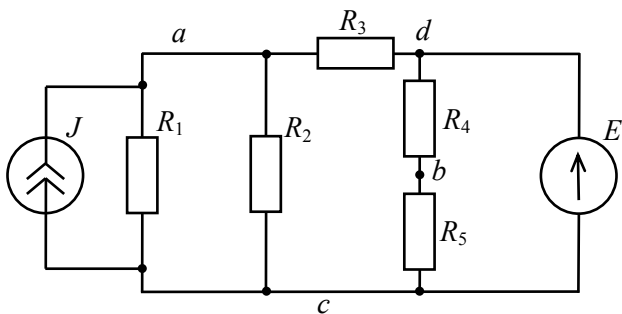


1.24 pav.

1.2 lentelė. 1.17–1.24 pav. pateiktų grandinių elementų parametrai

Pav. Nr.	E, V	J, A	R_1, Ω	R_2, Ω	R_3, Ω	R_4, Ω
1.17	12	1	8	4	2	5
1.18	8	2	1	4	8	1
1.19	10	1	8	2	4	4
1.20	24	2	3	1	8	4
1.21	32	1	12	5	8	10
1.22	16	3	4	1	8	1
1.23	24	1	4	4	2	8
1.24	30	1	15	20	25	20

Pavyzdys



1.25 pav. Pavyzdžio grandinė

Duota:

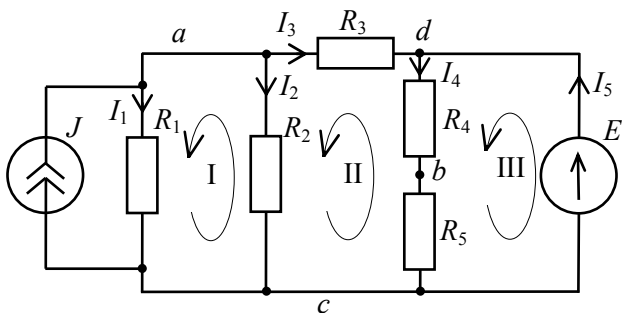
$E = 24 \text{ V}$; $J = 4 \text{ A}$; $R_1 = 4 \Omega$; $R_2 = 2 \Omega$; $R_3 = 8 \Omega$; $R_4 = R_5 = 3 \Omega$.

Rasti:

1. Šakų srovės Kirchhofo lygčių metodu.
2. Įtampą U_{ab} .
3. Patikrinti galių balansą.

Sprendimas

1. Grandinė yra sudėtinga (joje yra daugiau kaip vienas skirtingose šakose įjungtas šaltinis). Todėl laisvai parenkamos grandinės šakų srovių kryptys ir jos pažymimos (1.26 pav.) (srovės I_1, I_2, I_3, I_4 ir I_5).



1.26 pav. Pavyzdžio grandinė, pažymėjus šakų srovių kryptis ir kontūrų apėjimo kryptis

Grandinėje yra: mazgų $m = 3$ (a, c, d); šakų iš viso $S = 6$; šakų su elektros srovės šaltiniais $S_j = 1$; nežinomų srovių $S - S_j = 5$. Vadinas, 5 nežinomoms srovėms apskaičiuoti reikės sudaryti penkių lygčių sistemą su penkiais nežinomaisiais.

Pagal I Kirchhofo dėsni galima užrašyti $m - 1 = 3 - 1 = 2$ nepriklausomas lygtis. Iš trijų mazgų (a, c, d) galima pasirinkti bet kuriems dviem, pvz., mazgams a ir d , kuriuose yra sujungta po mažiau šakų (lygčių sistemos (1) ir (2) lygtys).

Pagal II Kirchhofo dėsni reikia užrašyti likusias lygtis nepriklausomiems kontūrams, kurių grandinėje yra $S - S_j - (m - 1) = 3$. Nepriklausomi kontūrai ir jų apėjimo kryptys parenkami laisvai. Kontūras gaunamas nepriklausomas, jei į jį įeina bent vienas naujas elementas, kurio nebuvo ankstesniuose kontūruose. Į kontūrus negalima įtraukti šakų su elektros srovės šaltiniais. Pavyzdžio grandinėje visų trijų kontūrų (I, II, III) (1.26 pav.) apėjimo kryptys yra parinktos prieš laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį. Pagal II Kirchhofo dėsni lygčių sistemoje (3)–(5) lygtys.

Taigi, gaunama tokia lygčių sistema:

$$\begin{cases} a: J - I_1 - I_2 - I_3 = 0; & (1) \\ d: I_3 - I_4 + I_5 = 0; & (2) \\ \text{I: } I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0; & (3) \\ \text{II: } I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_4 (R_4 + R_5) = 0; & (4) \\ \text{III: } I_4 (R_4 + R_5) = E. & (5) \end{cases}$$

Į gautą lygčių sistemą įrašomi elementų parametrai:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 4; \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0; \\ 4I_1 - 2R_2 = 0; \\ 2I_2 - 8I_3 - 6I_4 = 0; \\ 6I_4 = 24. \end{cases}$$

Šią lygčių sistemą galima spręsti kompiuteriu naudojantis programa *Mathcad*.

$$E := 24 \quad J := 4 \quad R1 := 4 \quad R2 := 2 \quad R3 := 8 \quad R4 := 3 \quad R5 := 3$$

$$R := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ R1 & -R2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R2 & -R3 & -(R4 + R5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R4 + R5 & 0 \end{bmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} J \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$I := \text{lsolve}(R, E) \quad I = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$I1 := I_0 \quad I2 := I_1 \quad I3 := I_2 \quad I4 := I_3 \quad I5 := I_4$$

$$I1 = 2 \quad I2 = 4 \quad I3 = -2 \quad I4 = 4 \quad I5 = 6$$

Taigi, kompiuteriu išsprendę šią 5 lygčių sistemą, gauname:

$$I_1 = 2 \text{ A}; \quad I_2 = 4 \text{ A}; \quad I_3 = -2 \text{ A}; \quad I_4 = 4 \text{ A}; \quad I_5 = 6 \text{ A}.$$

Srovę I_3 gavome su minuso ženklu. Tai reiškia, kad iš tikrųjų šios srovės kryptis yra priešinga (ne iš mazgo a į d , bet iš d į a).

2. Įtampą tarp a ir b U_{ab} galima skaičiuoti dviem būdais:

$$\text{praeinant per } c: U_{ab} = I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_5 = 4 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = -4 \text{ V};$$

$$\text{praeinant per } d: U_{ab} = I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = (-2) \cdot 8 + 4 \cdot 3 = -4 \text{ V}.$$

Abiem būdais gaunama ta pati įtampa.

Minuso ženklas reiškia, kad mazgo a potencialas yra žemesnis negu b .

3. Pagal galių balanso principą varžų galių suma turi būti lygi šaltinių galių sumai.

Varžų galia lygi atskirų varžų galių sumai:

$$P_R = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot (R_4 + R_5) = \\ 2^2 \cdot 4 + 4^2 \cdot 2 + (-2)^2 \cdot 8 + 4^2 \cdot (3 + 3) = 176 \text{ W}.$$

Šaltinių galia apskaičiuojama kaip elektros šaltinio ir elektros srovės šaltinio galių suma:

$$P_{EJ} = P_E + P_J = E \cdot I_5 + J \cdot U_{ac}.$$

Srovės šaltinio gnybtų įtampa, nukreipta iš pliuso į minusą,

$$U_{ac} = I_1 \cdot R_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ V}.$$

Tada

$$P_{EJ} = 24 \cdot 6 + 4 \cdot 8 = 176 \text{ W}.$$

Gaunama, kad $P_R = P_{EJ}$.

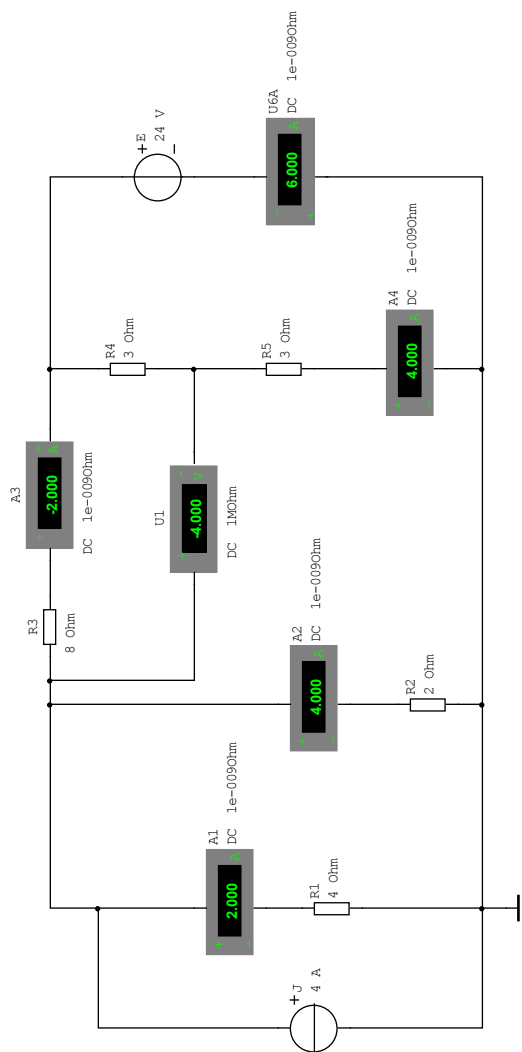
Atsakymas:

1. $I_1 = 2 \text{ A}$; $I_2 = 4 \text{ A}$; $I_3 = -2 \text{ A}$; $I_4 = 4 \text{ A}$; $I_5 = 6 \text{ A}$.

2. $U_{ab} = -4 \text{ V}$.

3. $P_R = P_{EJ} = 176 \text{ W}$.

1.27 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės modelis *Multisim* aplinkoje. Šiuo modeliu galima patikrinti, ar teisingai apskaičiuotos srovės ir įtampa U_{ab} .



1.27 pav. 1.25 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

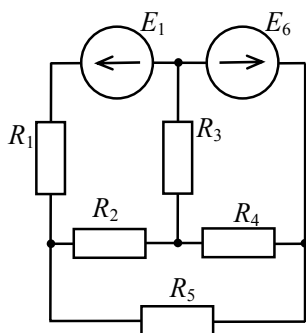
1.2.2. Sudėtingos grandinės analizė mazgų potencialų metodu

Rasti 1.28–1.35 pav. pateiktų grandinių:

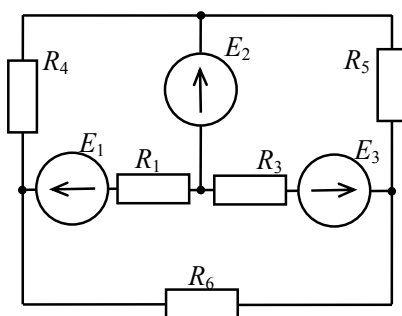
1. Šakų srovės mazgų potencialų metodu.

2. Patikrinti galių balansą.

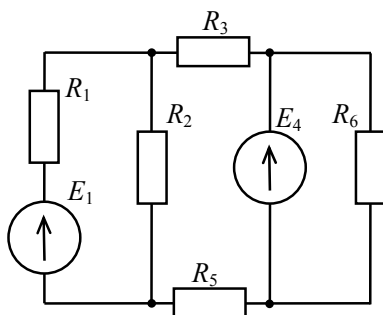
1.28–1.35 pav. grandinių elementų parametrai pateikti 1.3 lentelėje.



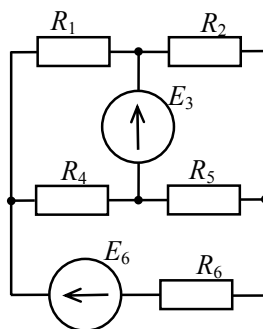
1.28 pav.



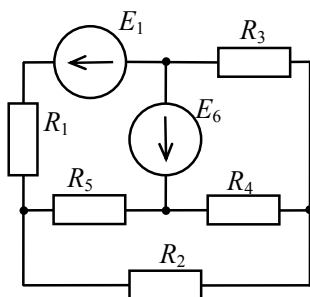
1.29 pav.



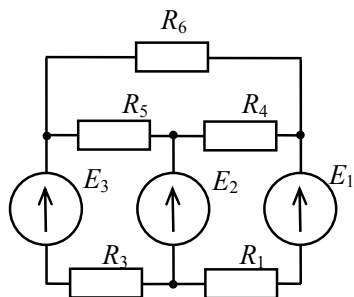
1.30 pav.



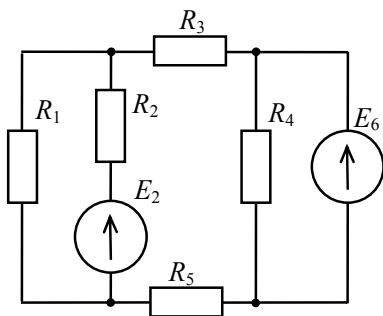
1.31 pav.



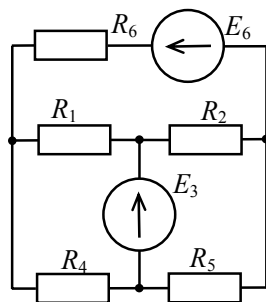
1.32 pav.



1.33 pav.



1.34 pav.

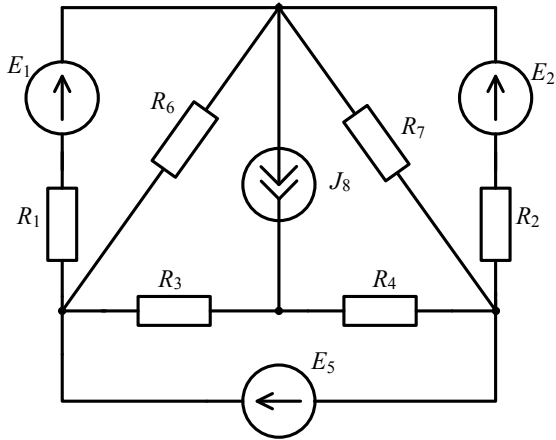


1.35 pav.

1.3 lentelė. 1.28–1.35 pav. pateiktų grandinių elementų parametrai

Pav. Nr.	E_1 , V	E_2 , V	E_3 , V	E_4 , V	E_6 , V	R_1 , Ω	R_2 , Ω	R_3 , Ω	R_4 , Ω	R_5 , Ω	R_6 , Ω
1.28	100	–	–	–	50	10	40	10	100	50	–
1.29	40	15	40	–	–	10	–	14	50	30	20
1.30	48	–	–	24	–	30	15	10	–	40	60
1.31	–	–	36	–	24	5	10	–	20	6	12
1.32	100	–	–	–	120	100	40	20	80	50	–
1.33	50	20	80	–	–	20	–	30	10	50	40
1.34	–	48	–	–	12	6	3	8	2	4	–
1.35	–	–	12	–	24	4	3	–	2	6	2

Pavyzdys



1.36 pav. Pavyzdžio grandinė

Duota:

$E_1 = 50 \text{ V}$; $E_2 = 20 \text{ V}$; $E_5 = 100 \text{ V}$; $J_8 = 1 \text{ A}$; $R_1 = 40 \Omega$;
 $R_2 = 20 \Omega$; $R_3 = 50 \Omega$; $R_4 = 10 \Omega$; $R_6 = 10 \Omega$; $R_7 = 10 \Omega$.

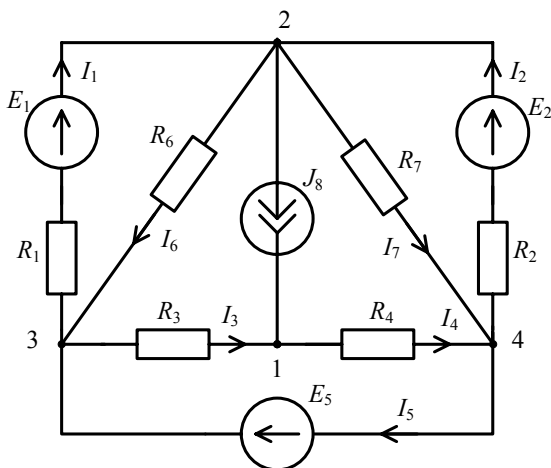
Rasti:

1. Šakų srovės mazgų potencialų metodu.
2. Patikrinti galių balansą.

Sprendimas

1. Pirmiausia laisvai parenkamos ir pažymimos grandinės šakų srovių kryptys ($I_1 - I_7$) (1.37 pav.). Grandinėje yra 8 šakos ($S = 8$), viena šaka su srovės šaltiniu ($S_j = 1$). Nežinomų srovių yra $S - S_j = 8 - 1 = 7$. Grandinėje yra 4 mazgai ($m = 4$). Tokios grandinės analizei taikant Kirchhofo lygčių metodą reikėtų sudaryti ir spręsti septynių lygčių sistemą ($S - S_j = 8 - 1 = 7$).

Lygčių, o kartu ir nežinomųjų skaičių galima sumažinti iki $m - 1 = 4 - 1 = 3$ taikant mazgų potencialų metodą.



1.37 pav. Pavyzdžio grandinė, laisvai parinkus ir pažymėjus srovių kryptis ir sunumeravus mazgus

Šios grandinės 1, 2, 3 ir 4 mazgų potencialai V_1 , V_2 , V_3 ir V_4 . Pasirinkime vieno grandinės mazgo potencialą, lygų nuliui. Kadangi grandinės penktoje šakoje yra tik idealus elektrovaros šaltinis, tai reikia prilyginti nuliui kurio nors mazgo (3 arba 4), prie kurio yra prijungtas šis šaltinis, potencialą. Pvz., $V_4 = 0$, tada praėjus per šaką su idealiu EV šaltiniu E_5 trečio mazgo potencialas

$$V_3 = V_4 + E_5 = 100 \text{ V}.$$

Vadinasi, lieka nežinomi tik dviejų mazgų potencialai V_1 ir V_2 . Todėl reikia sudaryti dviejų lygčių sistemą šiems dviem nežinomiems mazgų potencialams apskaičiuoti:

$$\begin{cases} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 = J_{M1}; \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 = J_{M2}. \end{cases}$$

Toliau skaičiuojami laidžiai ir mazgų srovės.

Mazgų laidžiai (savieji) (su vienodais indeksais, visada teigiami) lygūs visų, prie atitinkamo mazgo prijungtų šakų laidžių sumai:

prie 1-ojo mazgo prijungtos 3 šakos, todėl

$$G_{11} = G_3 + G_4 + G_J = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{50} + \frac{1}{10} + 0 = 0,12 \text{ S};$$

prie 2-ojo mazgo prijungtos 5 šakos, todėl

$$G_{22} = G_1 + G_2 + G_6 + G_7 + G_J = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{\infty} =$$

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + 0 = 0,275 \text{ S}.$$

Mazgų abipusiai laidžiai (su nevienodais indeksais) lygūs atitinkamus mazgus tiesiogiai jungiančių šakų laidžių sumai su minuso ženklų:

1-ąjį ir 2-ąjį mazgus tiesiogiai jungia viena šaka – šaka su idealiu elektros srovės šaltiniu J_8 :

$$G_{12} = G_{21} = -G_J = -\frac{1}{\infty} = 0 \text{ S};$$

1-ąjį ir 3-įjį mazgus tiesiogiai jungia viena šaka – šaka su rezistoriumi R_3 :

$$G_{13} = G_{31} = -G_3 = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{50} = -0,02 \text{ S};$$

2-ąjį ir 3-įjį mazgus tiesiogiai jungia dvi šakos – šaka su rezistoriumi R_1 ir šaka su rezistoriumi R_6 :

$$G_{23} = -(G_1 + G_6) = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6}\right) = -\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{10}\right) = -0,125 \text{ S}.$$

Mazgų srovės:

prie 1-ojo mazgo prijungtų šakų su EV šaltiniais nėra, o yra viena šaka su idealiu elektros srovės šaltiniu J_8 , kuris nukreiptas į pirmąjį mazgą, todėl srovę rašome su pliuso ženklu:

$$J_{M1} = \sum_{(1)} EG + \sum_{(1)} J = 0 + J_8 = 1 \text{ A};$$

prie 2-ojo mazgo yra prijungtos dvi šakos su EV šaltiniais ir viena su elektros srovės šaltiniu: EV šaltiniai E_1 ir E_2 yra nukreipti į mazgą, todėl sandaugos $E_1 G_1$ ir $E_2 G_2$ užrašomos su pliuso ženklu; elektros srovės šaltinis J_8 nukreiptas nuo antrojo mazgo, todėl rašomas su minuso ženklu:

$$J_{M2} = \sum_{(2)} EG + \sum_{(2)} J = E_1 G_1 + E_2 G_2 - J_8 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - J_8 = \frac{50}{40} + \frac{20}{20} - 1 = 1,25 \text{ A.}$$

Visos apskaičiuotos laidžių ir mazgų srovių vertės įrašomos į lygčių sistemą. Ją išsprendus, randami mazgų potencialai V_1 ir V_2 :

$$\begin{cases} 0,12 \cdot V_1 - 0 \cdot V_2 - 0,02 \cdot 100 = 1; \\ -0 \cdot V_1 + 0,275 \cdot V_2 - 0,125 \cdot 100 = 1,25. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,12 \cdot V_1 = 3; \\ 0,275 \cdot V_2 = 13,75. \end{cases}$$

Išsprendę gauname:

$$V_1 = 25 \text{ V};$$

$$V_2 = 50 \text{ V.}$$

Grandinės šakų srovės apskaičiuojamos pagal Omo dėsnį gran-

dinės daliai $I = \frac{U_{ab} + \sum_a^b E}{R_{ab}} :$

$$I_1 = \frac{V_3 - V_2 + E_1}{R_1} = \frac{100 - 50 + 50}{40} = 2,5 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{V_4 - V_2 + E_2}{R_2} = \frac{0 - 50 + 20}{20} = -1,5 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_1}{R_3} = \frac{100 - 25}{50} = 1,5 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_4}{R_4} = \frac{25 - 0}{10} = 2,5 \text{ A}.$$

Penktos šakos srovės pagal Omo dėsnį kol kas negalima apskaičiuoti. Ją bus galima surasti, kai bus apskaičiuotos likusios srovės.

$$I_6 = \frac{V_2 - V_3}{R_6} = \frac{50 - 100}{10} = -5,0 \text{ A};$$

$$I_7 = \frac{V_2 - V_4}{R_7} = \frac{50 - 0}{10} = 5,0 \text{ A}.$$

Penktos šakos srovę I_5 galima apskaičiuoti užrašius I Kirchhofo dėsnį 3-iajam arba 4-ajam mazgui. Pvz., jei užrašytume 3-iajam mazgui:

$$-I_1 + I_6 - I_3 + I_5 = 0,$$

$$I_5 = I_1 - I_6 + I_3 = 2,5 - (-5,0) + 1,5 = 9 \text{ A}.$$

Srovės I_2 ir I_6 gautos su minuso ženklu, reiškia jų kryptys yra priešingos, negu buvo parinktos (1.37 pav.).

2. Grandinės varžų galia:

$$\begin{aligned} P_R &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = \\ &= 2,5^2 40 + (-1,5)^2 20 + 1,5^2 50 + 2,5^2 10 + (-5,0)^2 10 + \\ &= 5,0^2 10 = 970 \text{ W}. \end{aligned}$$

Grandinės šaltinių galia:

$$\begin{aligned} P_{EJ} &= P_E + P_J = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_5 I_5 + J_8 (V_1 - V_2) = \\ &= 50 \cdot 2,5 + 20 \cdot (-1,5) + 100 \cdot 9 + 1(25 - 50) = 970 \text{ W}. \end{aligned}$$

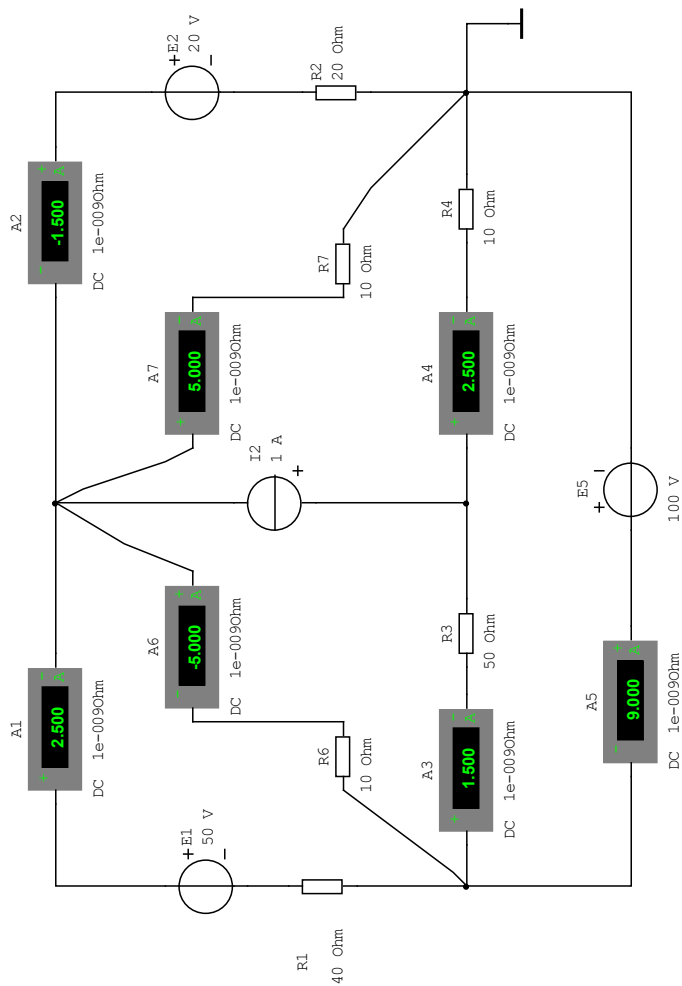
Gautos varžų ir šaltinių galios yra vienodos: $P_R = P_{EJ}$.

Atsakymas:

$$\begin{aligned} 1. \quad I_1 &= 2,5 \text{ A}; \quad I_2 = -1,5 \text{ A}; \quad I_3 = 1,5 \text{ A}; \quad I_4 = 2,5 \text{ A}; \\ I_5 &= 9 \text{ A}; \quad I_6 = -5 \text{ A}; \quad I_7 = 5 \text{ A}; \end{aligned}$$

$$2. \quad P_R = P_{EJ} = 970 \text{ W}.$$

1.38 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės modelis *Multisim* aplinkoje.



1.38 pav. 1.25 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

1.2.3. Sudėtingos grandinės analizė kontūrų srovių metodu

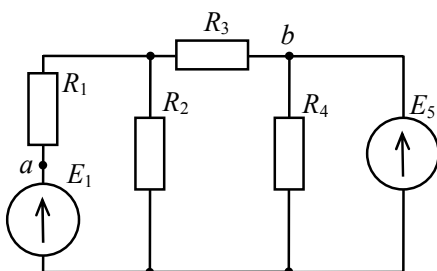
Rasti 1.39–1.46 pav. pateiktų grandinių:

1. Šakų sroves kontūrų srovių metodu.

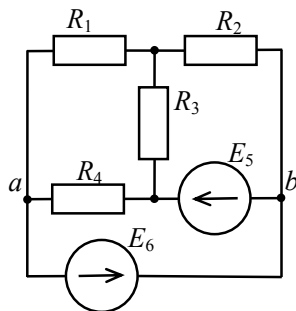
2. Įtampą U_{ab} .

3. Patikrinti galių balansą.

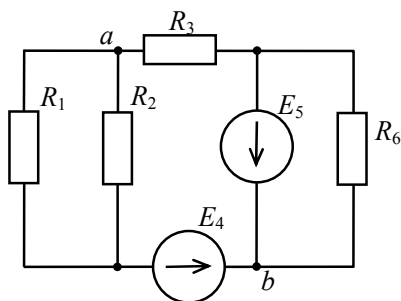
1.39–1.46 pav. grandinių elementų parametrai pateikti 1.4 lentelėje.



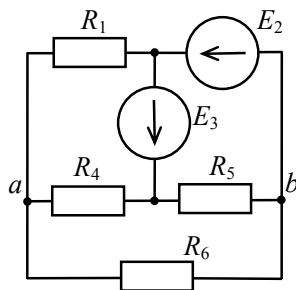
1.39 pav.



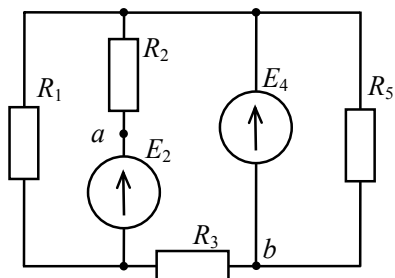
1.40 pav.



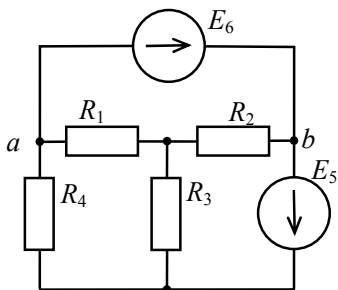
1.41 pav.



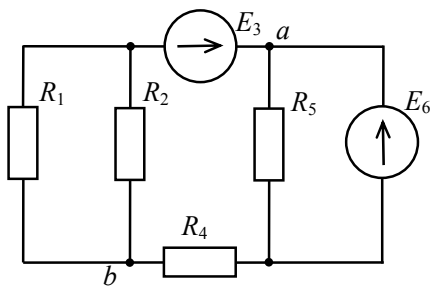
1.42 pav.



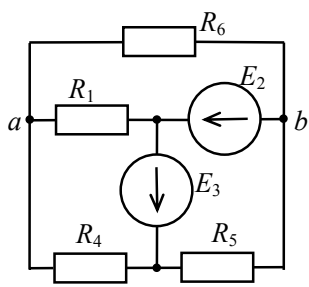
1.43 pav.



1.44 pav.



1.45 pav.

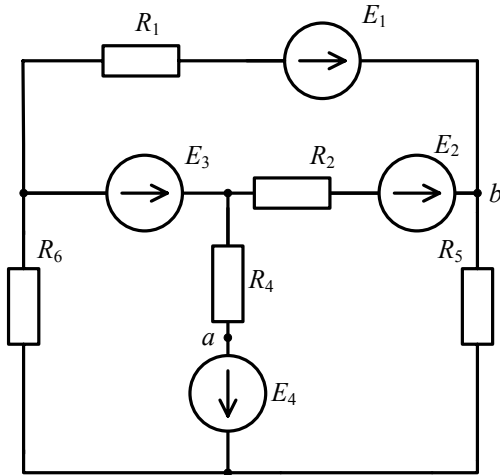


1.46 pav.

1.4 lentelė. 1.39–1.46 pav. pateiktų grandinių elementų parametrai

Pav. Nr.	E_1 , V	E_2 , V	E_3 , V	E_4 , V	E_5 , V	E_6 , V	R_1 , Ω	R_2 , Ω	R_3 , Ω	R_4 , Ω	R_5 , Ω	R_6 , Ω
1.39	16	–	–	–	24	–	4	2	8	6	–	–
1.40	–	–	–	–	10	30	20	25	10	60	–	–
1.41	–	–	–	24	12	–	3	6	2	–	–	4
1.42	–	10	20	–	–	–	25	–	–	30	40	80
1.43	–	16	–	24	–	–	6	6	8	–	12	–
1.44	–	–	–	–	8	28	24	18	20	36	–	–
1.45	–	–	36	–	–	12	3	6	–	2	4	–
1.46	–	10	24	–	–	–	5	–	–	3	4	8

Pavyzdys



1.47 pav. Pavyzdžio grandinė

Duota:

$E_1 = 100 \text{ V}; E_2 = 30 \text{ V}; E_3 = 10 \text{ V}; E_4 = 6 \text{ V};$
 $R_1 = 10 \Omega; R_2 = 10 \Omega; R_3 = 7 \Omega; R_4 = 5 \Omega; R_5 = 15 \Omega.$

Rasti:

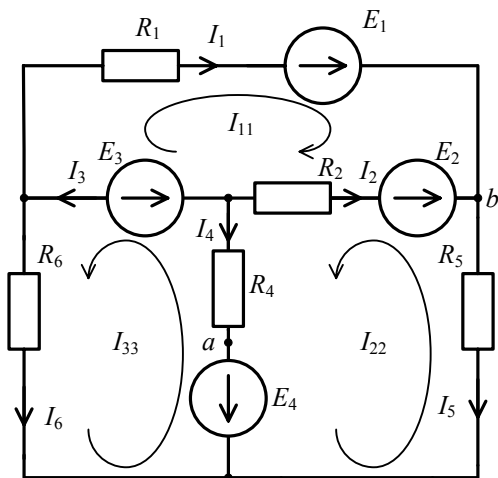
1. Šakų srovės kontūrų srovių metodu.
2. Įtampą U_{ab} .
3. Patikrinti galių balansą.

Sprendimas

1. Pirmiausia laisvai parenkamos ir pažymimos grandinės šakų srovių kryptys. Grandinėje yra 6 šakos ($S = 6$), šakų su srovės šaltiniais nėra ($S_j = 0$). Nežinomų srovių yra $S - S_j = 6$. Grandinėje yra 4 mazgai ($m = 4$). Tokios grandinės analizei taikant Kirchhofo lygčių metodą reikėtų sudaryti ir spręsti 6 lygčių sistemą $S - S_j = 6$.

Lygčių, o kartu ir nežinomųjų skaičių galima sumažinti iki $S - S_j - (m - 1) = 6 - 0 - (4 - 1) = 3$ taikant kontūrų srovių metodą.

Pavyzdžio grandinėje yra 3 nepriklausomi kontūrai. Tegul kiekviename kontūre teka savos kontūro srovės I_{11} , I_{22} ir I_{33} (1.48 pav.). Jų kryptys parenkamos laisvai. Tarkime, pirmos kontūro srovės I_{11} kryptis yra pagal laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį, o antros I_{22} ir trečios I_{33} – prieš laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį.



1.48 pav. Pavyzdžio grandinė, parinkus šakų ir kontūrų sroves

Lygčių sistema trims nežinomų kontūrų srovėms skaičiuoti:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22}; \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

Toliau skaičiuojamos kontūrų varžos, kontūrų bendrosios varžos ir kontūrų elektrovaros.

Kontūrų varžos (su vienodais indeksais) lygios visų atitinkamo kontūro varžų sumai (visada teigiamos):

$$1\text{-ojo kontūro varža } R_{11} = R_1 + R_2 = 10 + 10 = 20 \, \Omega;$$

$$2\text{-ojo kontūro varža } R_{22} = R_2 + R_4 + R_5 = 10 + 7 + 5 = 22 \, \Omega;$$

$$3\text{-iojo kontūro varža } R_{33} = R_4 + R_6 = 7 + 15 = 22 \, \Omega.$$

Kontūrų bendrosios varžos (su nevienodais indeksais) lygios dviejų kontūrų bendros grandinės dalies varžai, užrašytai su pliusu arba minusu. Kai kontūrų srovių kryptys bendroje varžoje sutampa, rašomas pliusas, o kai priešingos – minusas:

$$1\text{-ojo ir } 2\text{-ojo kontūrų bendra varža } R_{12} = R_{21} = R_2 = 10 \, \Omega ;$$

$$1\text{-ojo ir } 3\text{-iojo kontūrų bendra varža } R_{13} = R_{31} = 0 \, \Omega ;$$

$$2\text{-ojo ir } 3\text{-iojo kontūrų bendra varža } R_{23} = R_{32} = -R_4 = -7 \, \Omega .$$

Kontūrų elektrovaros lygios tuose kontūruose esančių elektrovaros šaltinių EV algebrinei sumai. Kai EV kryptis sutampa su kontūro srovės kryptimi, E rašoma su pliusu, kai kryptys priešingos – su minusu:

1-ojo kontūro elektrovara

$$E_{11} = E_1 - E_2 - E_3 = 100 - 30 - 10 = 60 \, \text{V} ;$$

2-ojo kontūro elektrovara

$$E_{22} = -E_2 + E_4 = -30 + 6 = -24 \, \text{V} ;$$

3-iojo kontūro elektrovara

$$E_{33} = -E_3 - E_4 = -10 - 6 = -16 \, \text{V} .$$

Į lygčių sistemą įrašę visas apskaičiuotas kontūrų varžų, kontūrų bendrųjų varžų ir kontūrų elektrovarų vertes gauname:

$$\begin{cases} 20I_{11} + 10I_{22} + 0I_{33} = 60; \\ 10I_{11} + 22I_{22} - 7I_{33} = -24; \\ 0I_{11} - 7I_{22} + 22I_{33} = -16. \end{cases}$$

Pirmąją lygtį galima supaprastinti iš 10. Tada gauname:

$$\begin{cases} 2I_{11} + I_{22} + 0I_{33} = 6; \\ 10I_{11} + 22I_{22} - 7I_{33} = -24; \\ 0I_{11} - 7I_{22} + 22I_{33} = -16. \end{cases}$$

Tokią lygčių sistemą galima spręsti įvairiai. Pvz., taikant Kramerio metodą:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 10 & 22 & -7 \\ 0 & -7 & 22 \end{vmatrix} = 650; \quad D_{11} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 \\ -24 & 22 & -7 \\ -16 & -7 & 22 \end{vmatrix} = 3250;$$

$$D_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 10 & -24 & -7 \\ 0 & -16 & 22 \end{vmatrix} = -2600; \quad D_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 10 & 22 & -24 \\ 0 & -7 & -16 \end{vmatrix} = -1300.$$

Kontūrų srovės:

$$\begin{aligned} I_{11} &= \frac{D_{11}}{D} = \frac{3250}{650} = 5 \text{ A}; \\ I_{22} &= \frac{D_{22}}{D} = \frac{-2600}{650} = -4 \text{ A}; \\ I_{33} &= \frac{D_{33}}{D} = \frac{-1300}{650} = -2 \text{ A}. \end{aligned}$$

Grandinės tikros šakų srovės:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = 5 \text{ A}; \\ I_2 &= -I_{11} - I_{22} = -5 - (-4) = -1 \text{ A}; \\ I_3 &= I_{11} + I_{33} = 5 + (-2) = 3 \text{ A}; \\ I_4 &= I_{22} - I_{33} = (-4) - (-2) = -2 \text{ A}; \\ I_5 &= -I_{22} = 4 \text{ A}; \\ I_6 &= I_{33} = -2 \text{ A}. \end{aligned}$$

Lygčių sistemą galima spręsti ir naudojant, pvz., programų paketą *Mathcad*:

$$\begin{aligned} R_K &:= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 10 & 22 & -7 \\ 0 & -7 & 22 \end{bmatrix}; \quad E_K := \begin{bmatrix} 6 \\ -24 \\ -16 \end{bmatrix}; \\ I_K &:= \text{lsolve}(R_K; E_K); \quad I_K := \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Srovės I_2 , I_4 ir I_6 gautos su minuso ženklu, reiškia jų kryptys yra priešingos, negu buvo parinktos (1.48 pav.).

2. Įtampą tarp a ir b U_{ab} galima skaičiuoti dviem būdais:

praeinant per R_4 , R_2 ir E_2 :

$$U_{ab} = -I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 - E_2 = -(-2) \cdot 7 + (-1) \cdot 10 - 30 = -26 \text{ V};$$

praeinant per E_4 ir R_5 :

$$U_{ab} = -E_4 - I_5 \cdot R_5 = -6 - 4 \cdot 5 = -26 \text{ V}.$$

Abiem būdais gaunama ta pati įtampa.

Minuso ženklas reiškia, kad a potencialas yra žemesnis negu b .

3. Grandinės galių balanso tikrinimas:

a) grandinės varžų galia:

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 5^2 10 + (-1)^2 10 + (-2)^2 7 + 4^2 5 + (-2)^2 15 = 428 \text{ W}.$$

b) grandinės šaltinių galia

$$P_E = P_E = E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_3 I_3 + E_4 I_4 = 100 \cdot 5 + 30 \cdot (-1) - 10 \cdot 3 + 6(-2) = 428 \text{ W}.$$

Gautos grandinės varžų ir šaltinių galios yra vienodos $P_R = P_{EJ}$.

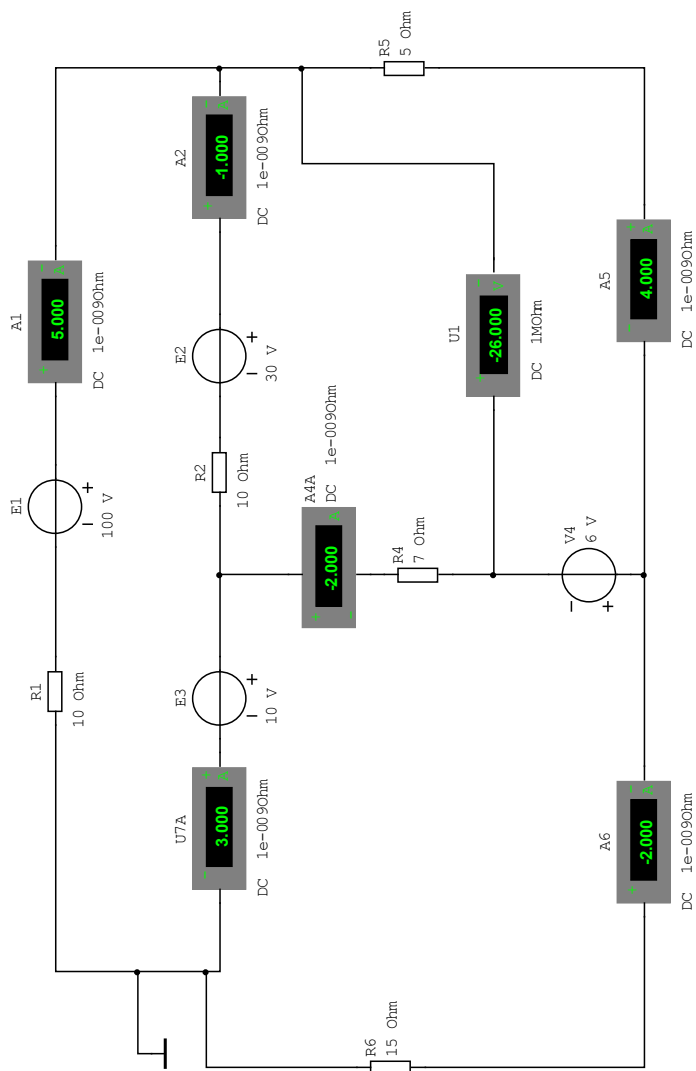
Atsakymas:

$$1. \quad I_1 = 5 \text{ A}; \quad I_2 = -1 \text{ A}; \quad I_3 = 3 \text{ A}; \quad I_4 = -2 \text{ A}; \quad I_5 = 4 \text{ A}; \quad I_6 = -2 \text{ A}.$$

$$2. \quad U_{ab} = -26 \text{ V}.$$

$$3. \quad P_R = P_E = 428 \text{ W}.$$

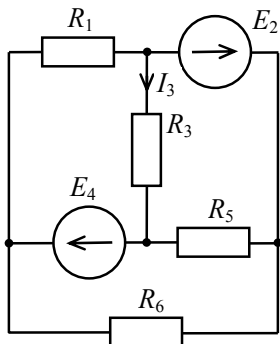
1.49 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės modelis *Multisim* aplinkoje.



1.49 pav. 1.47 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

1.2.4. Sudėtingos grandinės analizė ekvivalentinio šaltinio metodu

Užduočių grandinės pateiktos 1.50–1.57 pav.



1.50 pav.

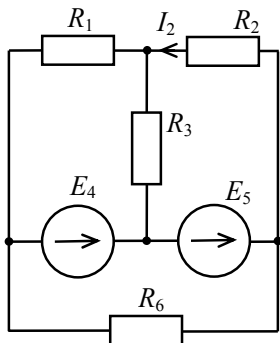
Duota:

$$E_2 = 9 \text{ V}; E_4 = 12 \text{ V};$$

$$R_1 = 3 \text{ } \Omega; R_5 = 4 \text{ } \Omega; R_6 = 6 \text{ } \Omega.$$

Rasti:

1. I_3 ekvivalentinio šaltinio metodu, kai $R_3 = 0; 2; 4; 6; 8; 10 \text{ } \Omega$.
2. Nubraižyti priklausomybę $I_3 = f(R_3)$.



1.51 pav.

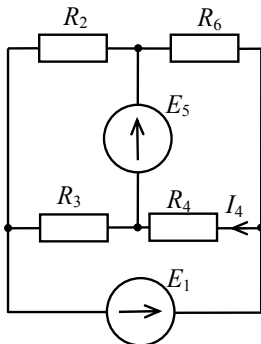
Duota:

$$E_4 = 16 \text{ V}; E_5 = 8 \text{ V};$$

$$R_1 = 3 \text{ } \Omega; R_3 = 6 \text{ } \Omega; R_6 = 12 \text{ } \Omega.$$

Rasti:

1. I_2 ekvivalentinio šaltinio metodu, kai $R_2 = 0; 2; 4; 6; 8; 10 \text{ } \Omega$.
2. Nubraižyti priklausomybę $I_2 = f(R_2)$.



1.52 pav.

Duota:

$$E_1 = 15 \text{ V}; E_5 = 12 \text{ V};$$

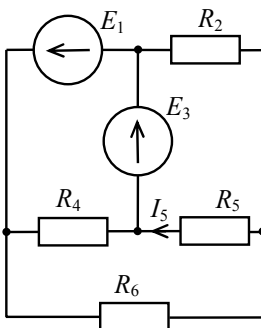
$$R_2 = 6 \Omega; R_3 = 4 \Omega; R_6 = 5 \Omega.$$

Rasti:

1. I_4 ekvivalentinio šaltinio metodu, kai $R_4 = 0; 3; 6; 9; 12; 15 \Omega$.

2. Nubraižyti priklausomybę

$$I_4 = f(R_4).$$



1.53 pav.

Duota:

$$E_1 = 10 \text{ V}; E_3 = 8 \text{ V};$$

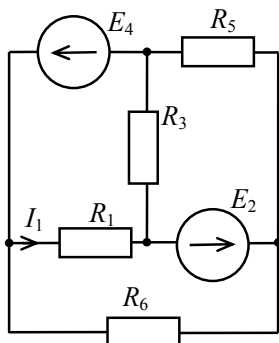
$$R_2 = 4 \Omega; R_4 = 9 \Omega; R_6 = 6 \Omega.$$

Rasti:

1. I_5 ekvivalentinio šaltinio metodu, kai $R_5 = 0; 5; 10; 15; 20; 25 \Omega$.

2. Nubraižyti priklausomybę

$$I_5 = f(R_5).$$



1.54 pav.

Duota:

$$E_2 = 9 \text{ V}; E_4 = 12 \text{ V};$$

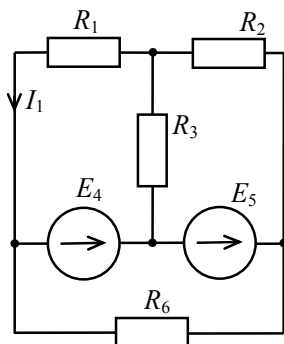
$$R_3 = 2 \Omega; R_5 = 4 \Omega; R_6 = 6 \Omega.$$

Rasti:

1. I_1 ekvivalentinio šaltinio metodu, kai $R_1 = 0; 3; 6; 9; 12; 15 \Omega$.

2. Nubraižyti priklausomybę

$$I_1 = f(R_1).$$



1.55 pav.

Duota:

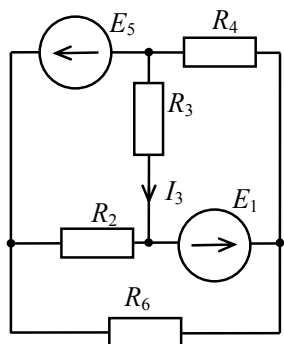
$$E_4 = 16 \text{ V}; E_5 = 8 \text{ V};$$

$$R_2 = 4 \Omega; R_3 = 6 \Omega; R_6 = 12 \Omega.$$

Rasti:

1. I_1 ekvivalentinio šaltinio metodu,
kai $R_1 = 0; 3; 6; 9; 12; 15 \Omega$.

2. Nubraižyti priklausomybę
 $I_1 = f(R_1)$.



1.56 pav.

Duota:

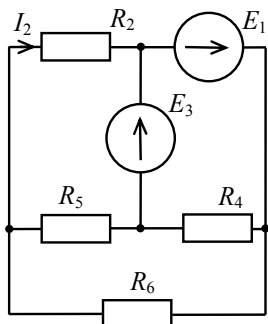
$$E_1 = 15 \text{ V}; E_5 = 12 \text{ V};$$

$$R_2 = 6 \Omega; R_4 = 3 \Omega; R_6 = 5 \Omega.$$

Rasti:

1. I_3 ekvivalentinio šaltinio metodu,
kai $R_3 = 0; 4; 8; 12; 16; 20 \Omega$.

2. Nubraižyti priklausomybę
 $I_3 = f(R_3)$.



1.57 pav.

Duota:

$$E_1 = 15 \text{ V}; E_3 = 10 \text{ V};$$

$$R_4 = 20 \Omega; R_5 = 5 \Omega; R_6 = 6 \Omega.$$

Rasti:

1. I_2 ekvivalentinio šaltinio metodu,
kai $R_2 = 0; 2; 4; 6; 8; 10 \Omega$.

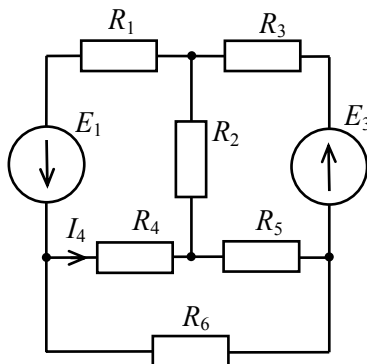
2. Nubraižyti priklausomybę
 $I_2 = f(R_2)$.

Pavyzdys

1.58 pav. pateiktos grandinės $E_1=50$ V; $E_3=120$ V; $R_1=50$ Ω ; $R_2=40$ Ω ; $R_3=25$ Ω ; $R_5=30$ Ω ; $R_6=80$ Ω .

Rasti:

1. Srovę I_4 , keičiant varžos R_4 dydį po 10 Ω nuo 0 iki 500 Ω .
2. Nubraižyti priklausomybę $I_4 = f(R_4)$.



1.58 pav. Pavyzdžio grandinė

Kai reikia apskaičiuoti srovę tik kurioje nors vienoje sudėtingos grandinės šakoje, rekomenduojama laikytis tokios darbo tvarkos:

1. Išskiriama ta šaka, kurios srovę yra skaičiuojama, arba jos dalis. Kita grandinės dalis laikoma aktyviuoju dvipoliu.

2. Laisvai parenkama ir pažymima ieškomosios srovės kryptis.

3. Aktyvusis dvipolis pakeičiamas ekvivalentiniu EV šaltiniu, kurio elektrovara yra E_{ekv} ir varža R_i . EV kryptį patogiausia parinkti atsižvelgiant į anksčiau parinktą srovės kryptį.

4. Apskaičiuojama ekvivalentinio šaltinio EV E_{ekv} . Kuriuo nors žinomu grandinių analizės metodu apskaičiuojama aktyviojo dvipolio tuščiosios veikos įtampa U_{0ab} . Tuščiosios veikos įtampos kryptis turi atitikti anksčiau parinktą ekvivalentinio šaltinio EV E_{ekv} kryptį.

5. Apskaičiuojama ekvivalentinio šaltinio varža R_i . Iš aktyviojo dvipolio pašalinami visi šaltiniai, paliekant jų vidines varžas, t. y.

aktyvus dvipolis pakeičiamas pasyviuoju, ir apskaičiuojama jo varža gnybtų a ir b atžvilgiu R_{ab} .

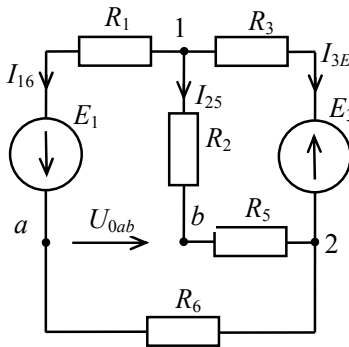
6. Grandinėje, kurioje yra ekvivalentinis šaltinis, apskaičiuojama srovė

$$I = \frac{E_{ekv}}{R + R_i} = \frac{U_{0ab}}{R + R_{ab}}.$$

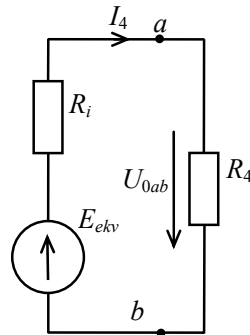
Sprendimas

1. Išjungiame šaką su varža R_4 (1.59 pav.), likusią grandinės dalį laikome aktyviuoju dvipoliu ir pakeičiame ekvivalentiniu šaltiniu, kurio EV yra E_{ekv} , o varža R_i (1.60 pav.). Tada srovė I_4 apskaičiuojama pagal formulę:

$$I_4 = \frac{E_{ekv}}{R_i + R_4}.$$



1.59 pav. Grandinė, atjungus šaką su varža R_4



1.60 pav. Grandinė, gauta aktyvųjį dvipolį pakeitus ekvivalentiniu šaltiniu

Ekvivalentinio šaltinio EV E_{ekv} pagal ekvivalentinio šaltinio teoriją lygi aktyviojo dvipolio tuščiosios veikos įtampai:

$$E_{ekv} = U_{0ab}.$$

Šią įtampą galima apskaičiuoti 1.59 pav. grandinėje:

$$U_{0ab} = V_a - V_b = I_{16} \cdot R_6 - I_{25} \cdot R_5.$$

Įtampos skaičiavimo formulėje nežinomos srovės I_{16} ir I_{25} . Jas galima rasti bet kuriuo žinomu grandinių analizės metodu. Gautoji grandinė (1.59 pav.), atjungus šaką su varža R_4 , yra sudėtinga, nes joje yra du skirtingose šakose įjungti EV šaltiniai E_1 ir E_3 . Šios grandinės srovės I_{16} ir I_{25} , pvz., galima apskaičiuoti mazgų potencialų metodu. 1.59 pav. grandinėje yra 2 mazgai (1 ir 2). Prilyginkime nuliui antrojo mazgo potencialą $V_2 = 0$. Tuomet lygtis pirmojo mazgo potencialui apskaičiuoti:

$$V_1 \cdot G_{11} = J_{M1};$$

čia pirmojo mazgo laidis

$$G_{11} = \frac{1}{R_1 + R_6} + \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{50 + 80} + \frac{1}{40 + 30} + \frac{1}{25} = 0,0620 \text{ S};$$

pirmojo mazgo srovė

$$J_{M1} = -\frac{E_1}{R_1 + R_6} + \frac{E_3}{R_3} = -\frac{50}{50 + 80} + \frac{120}{25} = 4,42 \text{ A}.$$

Įrašę mazgo laidžio ir mazgo srovės vertes, gauname:

$$V_1 = \frac{J_{M1}}{G_{11}} = \frac{4,42}{0,0620} = 71,2 \text{ V}.$$

Šakų srovės randamos pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$I_{16} = \frac{V_1 - V_2 + E_1}{R_1 + R_6} = \frac{71,2 - 0 + 50}{50 + 80} = 0,933 \text{ A};$$

$$I_{25} = \frac{V_1 - V_2}{R_2 + R_5} = \frac{71,2 - 0}{40 + 30} = 1,02 \text{ A};$$

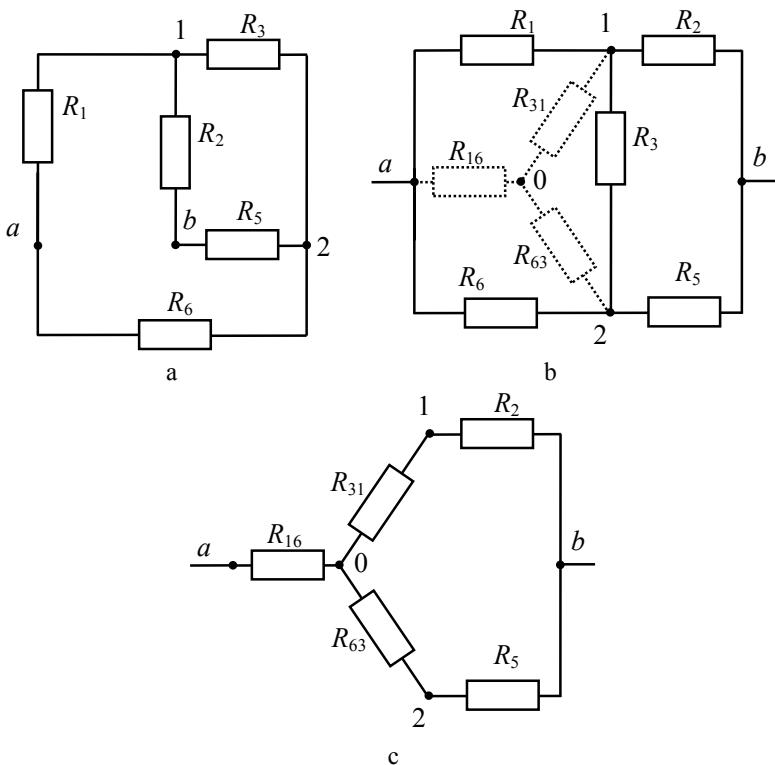
$$I_{3E} = \frac{V_1 - V_2 - E_3}{R_3} = \frac{71,2 - 0 - 120}{25} = -1,95 \text{ A}.$$

Aktyviojo dvipolio tuščiosios veikos įtampa

$$U_{0ab} = I_{16} \cdot R_6 - I_{25} \cdot R_5 = 0,933 \cdot 80 - 1,02 \cdot 30 = 44,1 \text{ V}.$$

Ekvivalentinio šaltinio varžą R_{ab} galima apskaičiuoti remiantis grandine, kurią gauname iš dvipolio pašalinę visus EV šaltinius ir

palikę šių šaltinių vidines varžas. Ši schema pateikta 1.61 a pav. Iš schemos matyti, kad, norint rasti varžą R_{ab} , varžų jungimą trikampiu reikia pakeisti varžų jungimu žvaigžde. Keičiame trikampio R_1 , R_3 ir R_6 varžas į varžų R_{16} , R_{31} ir R_{63} žvaigždę. Gautoji schema pateikta 1.23 b pav.



1.61 pav. Varžų R_1 , R_3 ir R_6 jungimo trikampiu (a, b) pakeitimas varžų R_{16} , R_{31} ir R_{63} jungimu žvaigžde (c)

Žvaigždės varžos randamos taip:

$$R_{16} = \frac{R_1 \cdot R_6}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{50 \cdot 80}{50 + 25 + 80} = 25,8 \, \Omega;$$

$$R_{31} = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{25 \cdot 50}{50 + 25 + 80} = 8,06 \, \Omega ;$$

$$R_{63} = \frac{R_6 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{80 \cdot 25}{60 + 30 + 100} = 12,9 \, \Omega .$$

Ekvivalentinio šaltinio varža (1.61, c pav.)

$$R_i = R_{ab} = R_{16} + \frac{(R_{31} + R_2) \cdot (R_{63} + R_5)}{(R_{31} + R_2) + (R_{63} + R_5)} =$$

$$25,8 + \frac{(8,06 + 40) \cdot (12,9 + 30)}{(8,06 + 40) + (12,9 + 30)} = 46,5 \, \Omega .$$

Ieškomoji srovė I_4 :

$$\text{kai } R = 0 \, \Omega, I_{4(0)} = \frac{E_{ekv}}{R_i + R_4} = \frac{44,1}{48,5 + 0} = 0,909 \, \text{A} ;$$

.....

$$\text{kai } R = 50 \, \Omega, I_{4(50)} = \frac{E_{ekv}}{R_i + R_4} = \frac{44,1}{48,5 + 50} = 0,448 \, \text{A} ;$$

.....

$$\text{kai } R = 500 \, \Omega, I_{4(500)} = \frac{E_{ekv}}{R_i + R_4} = \frac{44,1}{48,5 + 500} = 0,08 \, \text{A} .$$

Kitos srovės I_4 vertės pateiktos 1.5 lentelėje.

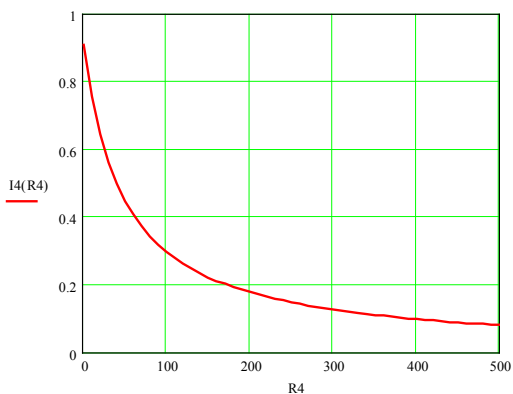
2. Srovės I_4 priklausomybė nuo varžos R_4 pateikta 1.62 pav.

1.63 pav. pateiktas 1.58 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje, kai $R_4 = 10 \, \Omega$.

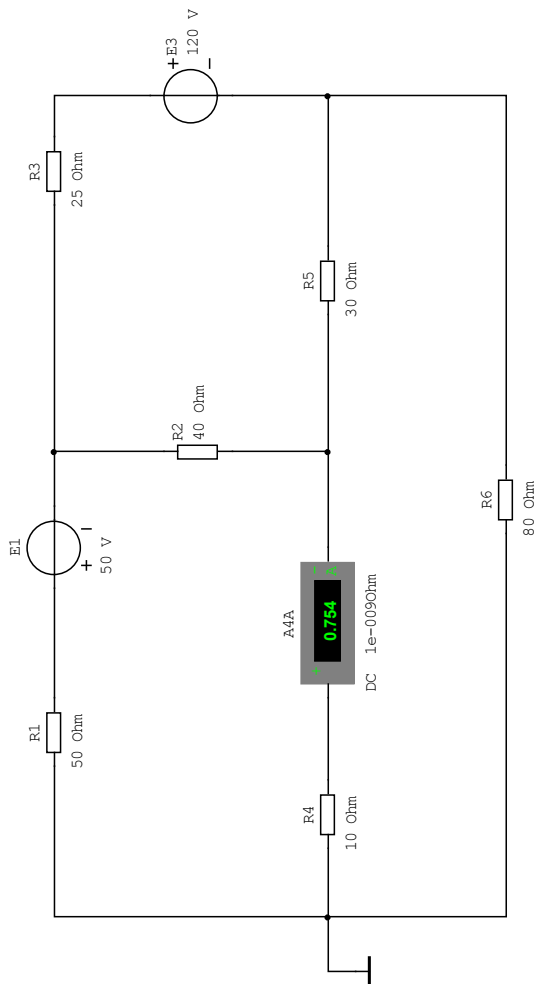
1.5 lentelė. Srovės I_4 vertės, keičiant R_4 dydį po 10 Ω nuo 0 iki 500 Ω

$R_4 := 0, 10, \dots, 100, \Omega$	$R_4 := 100, 110, \dots, 200, \Omega$	$R_4 := 200, 210, \dots, 300, \Omega$	$R_4 := 300, 310, \dots, 400, \Omega$	$R_4 := 400, 410, \dots, 500, \Omega$
$I_4(R_4) =$	$I_4(R_4) =$	$I_4(R_4) =$	$I_4(R_4) =$	$I_4(R_4) =$
0.909	0.297	0.177	0.126	0.098
0.754	0.278	0.171	0.123	0.096
0.644	0.262	0.164	0.12	0.094
0.562	0.247	0.158	0.116	0.092
0.498	0.234	0.153	0.113	0.09
0.448	0.222	0.148	0.111	0.088
0.406	0.211	0.143	0.108	0.087
0.372	0.202	0.138	0.105	0.085
0.343	0.193	0.134	0.103	0.083
0.318	0.185	0.13	0.101	0.082
0.297	0.177	0.126	0.098	0.08

$R_4 := 0, 10, \dots, 500$



1.62 pav. Srovės I_4 priklausomybė keičiant varžos R_4 dydį po 10 Ω nuo 0 iki 500 Ω



1.63 pav. 1.58 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje, kai $R_4 = 10\ \Omega$

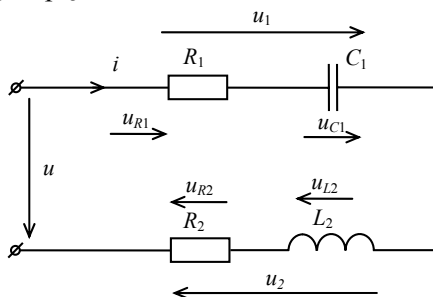
2. VIENFAZIŲ KINTAMOSIOS SROVĖS GRANDINIŲ ANALIZĖ

2.1. Paprastų kintamosios srovės grandinių analizė

2.1.1. Nuoseklios R , L , C grandinės analizė

Rasti 2.1–2.8 pav. pateiktų grandinių:

1. Z_1 ; Z_2 ; Z ; φ ; u ; u_1 ; u_2 .
2. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą, parodant visų elementų įtampas.
3. Nubraižyti $u(t)$ ir $i(t)$ grafikus.
4. Patikrinti galių balansą.
5. Apskaičiuoti, koks turėtų būti L_1 arba L_2 , kad grandinėje būtų įtampų rezonansas.



Duota:

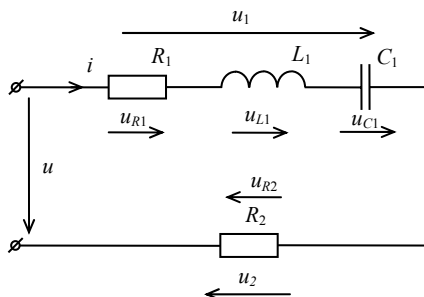
$$i = 2,828 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A};$$

$$R_1 = 10 \, \Omega; C_1 = 318 \, \mu\text{F};$$

$$R_2 = 5 \, \Omega; L_2 = 95,5 \text{ mH};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.1 pav.



Duota:

$$i = 4,243 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A};$$

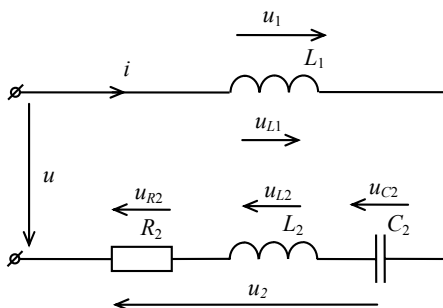
$$R_1 = 2 \, \Omega; L_1 = 38,22 \text{ mH};$$

$$C_1 = 354 \, \mu\text{F};$$

$$R_2 = 2 \, \Omega;$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.2 pav.



Duota:

$$i = 11,31 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ A};$$

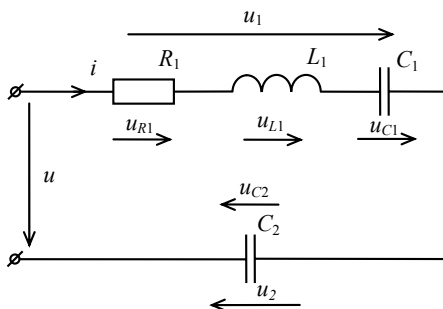
$$L_1 = 31,85 \text{ mH};$$

$$R_2 = 4 \Omega; L_2 = 25,48 \text{ mH};$$

$$C_2 = 212 \mu\text{F};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.3 pav.



Duota:

$$i = 9,9 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A};$$

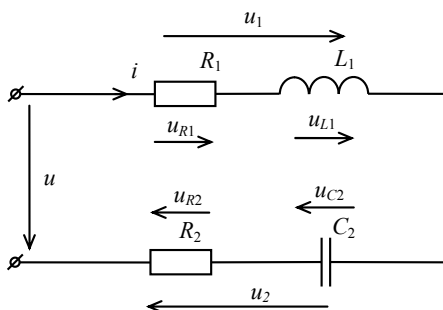
$$R_1 = 6 \Omega; L_1 = 31,85 \text{ mH};$$

$$C_1 = 796 \mu\text{F};$$

$$C_2 = 227 \mu\text{F};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.4 pav.



Duota:

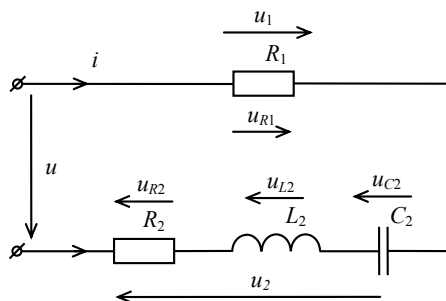
$$i = 5,66 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A};$$

$$R_1 = 3 \Omega; L_1 = 31,85 \text{ mH};$$

$$R_2 = 5 \Omega; C_2 = 199 \mu\text{F};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.5 pav.



Duota:

$$i = 7,071 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ A};$$

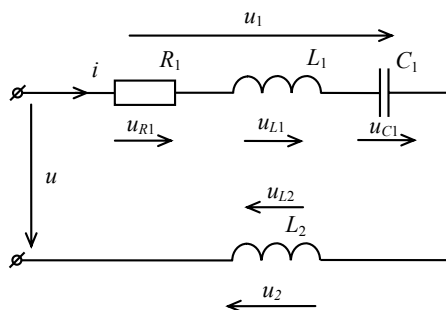
$$R_1 = 4 \, \Omega;$$

$$R_2 = 2 \, \Omega; L_2 = 31,86 \text{ mH};$$

$$C_2 = 176,8 \, \mu\text{F};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.6 pav.



Duota:

$$i = 8,485 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A};$$

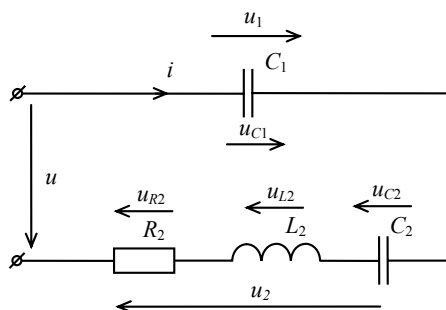
$$R_1 = 20 \, \Omega; L_1 = 63,69 \text{ mH};$$

$$C_1 = 318 \, \mu\text{F};$$

$$L_2 = 15,92 \text{ mH};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.7 pav.



Duota:

$$i = 12,73 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ A};$$

$$C_1 = 637 \, \mu\text{F};$$

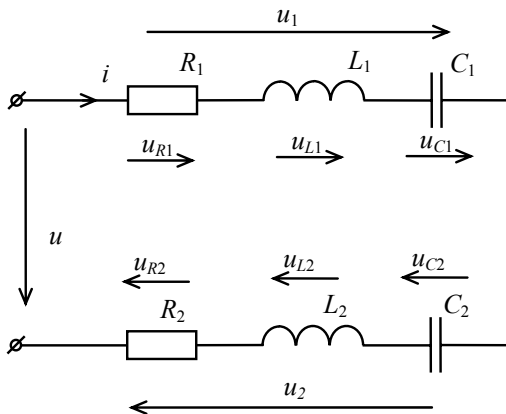
$$R_2 = 6 \, \Omega; L_2 = 79,62 \text{ mH};$$

$$C_2 = 265 \, \mu\text{F};$$

$$f = 50 \text{ Hz}.$$

2.8 pav.

Pavyzdys



2.9 pav. Pavyzdžio grandinė

Duota:

$$u = 141,4 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ V}; f = 50 \text{ Hz};$$

$$R_1 = 80 \, \Omega; L_1 = 318 \text{ mH}; C_1 = 79,5 \, \mu\text{F};$$

$$R_2 = 120 \, \Omega; L_2 = 64 \text{ mH}; C_2 = 39,8 \, \mu\text{F}.$$

Rasti:

1. $\underline{Z}_1$; $\underline{Z}_2$; $\underline{Z}$; φ ; i ; u_1 ; u_2 .
2. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą, parodant visų elementų įtampas.
3. Nubraižyti $u(t)$ ir $i(t)$ grafikus.
4. Patikrinti galių balansą.
5. Apskaičiuoti, koks turėtų būti L_1 arba L_2 , kad grandinėje būtų įtampų rezonansas.

Sprendimas

1. Kampinis dažnis

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1}.$$

Pirmojo imtuvo varžos:

induktivityoji

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314 \cdot 318 \cdot 10^{-3} = 100 \, \Omega;$$

talpinė

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 \cdot 79,5 \cdot 10^{-6}} = 40 \, \Omega;$$

kompleksinė

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) = 80 + j(100 - 40) = 80 + j60 = 100e^{j37^\circ} \, \Omega.$$

Antrojo imtuvo varžos:

induktyvioji

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 20 \, \Omega;$$

talpinė

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314 \cdot 39,8 \cdot 10^{-6}} = 80 \, \Omega;$$

kompleksinė

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 120 + j(20 - 80) = 120 - j60 = 134e^{-j27^\circ} \, \Omega.$$

Imtuvai sujungti nuosekliai, todėl visos grandinės kompleksinė varža lygi abiejų imtuvų kompleksinių varžų sumai:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 80 + j60 + 120 - j60 = 200 + j0 = 200e^{j0^\circ} \, \Omega.$$

Prijungtos įtampos efektinės vertės kompleksas rodikline ir algebrine formomis:

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{141,4}{\sqrt{2}} e^{-j30^\circ} = 100e^{-j30^\circ} = 86,6 - j50 \, \text{V}.$$

Įtampos efektinė vertė

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141,4}{\sqrt{2}} = 100 \, \text{V}.$$

Srovės kompleksinė efektinė vertė apskaičiuojama pagal Omo dėsnį:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{-j30^\circ}}{200e^{j0^\circ}} = 0,5e^{-j30^\circ} = 0,433 - j0,25 \, \text{A}.$$

Grandinės įtampos ir srovės fazių skirtumas

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -30 - (-30) = 0^\circ.$$

Pirmojo imtuvo įtampa

$$\underline{U}_1 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_1 = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot 100e^{j37^\circ} = 50e^{j7^\circ} = 49,6 + j5,9 \text{ V}.$$

Antrojo imtuvo įtampa

$$\underline{U}_2 = \underline{I} \cdot \underline{Z}_2 = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot 134e^{-j27^\circ} = 67e^{-j57^\circ} = 37 - j55,9 \text{ V}.$$

Patikrinimas pagal II Kirchhofo dėsni:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 49,6 + j5,9 + 37 - j55,9 = 86,6 - j50 = 100e^{-j30^\circ} \text{ V}.$$

Srovės i ir imtuvo įtampų u_1 , u_2 akimirkinės vertės:

$$i = I_m \sin(\omega t - \psi_i) = 0,5 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 30^\circ) = 0,707 \sin(314t - 30^\circ) \text{ A};$$

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t - \psi_{u1}) = 50 \cdot \sqrt{2} \sin(314t + 7^\circ) = 70,7 \sin(314t + 7^\circ) \text{ V};$$

$$u_2 = U_{2m} \sin(\omega t - \psi_{u2}) = 67 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 57^\circ) = 94,8 \sin(314t - 57^\circ) \text{ V}.$$

2. Srovės ir įtampų vektorių diagramos braižymas.

Atskirų elementų įtampų kritimų kompleksai:

pirmojo imtuvo

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I} \cdot R_1 = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot 80 = 40e^{-j30^\circ} = 35 - j20 \text{ V};$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I} \cdot jX_{L1} = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot j100 = 50e^{j60^\circ} = 25 + j43 \text{ V};$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I} \cdot (-jX_{C1}) = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot (-j40) = 20e^{-j120^\circ} = -10 - j17,3 \text{ V};$$

antrojo imtuvo

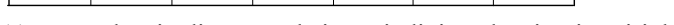
$$\underline{U}_{R21} = \underline{I} \cdot R_2 = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot 120 = 60e^{-j30^\circ} = 52 - j30 \text{ V};$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I} \cdot jX_{L2} = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot j20 = 10e^{j60^\circ} = 5 + j8,7 \text{ V};$$

$$\underline{U}_{C2} = \underline{I} \cdot (-jX_{C2}) = 0,5e^{-j30^\circ} \cdot (-j80) = 40e^{-j120^\circ} = -20 - j35 \text{ V}.$$

Vektorių diagramą galima braižyti dviem būdais:

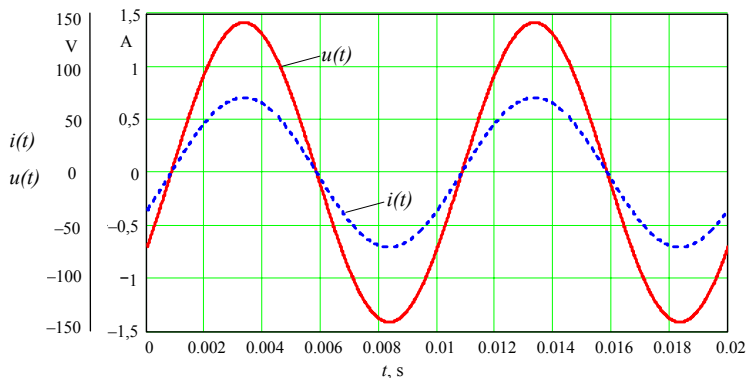
a. Stačiakampėje koordinatinių sistemoje laiko momentu $t = 0$ visi vektoriai atidedami nuo absčių ašies kampais, lygiais juos atitinkančio sinusinio dydžio pradinei fazei (2.10 pav.).



3. Srovės ir įtampos akimirkinių verčių išraiškos:

$$i = 0,707 \sin(314t - 30^\circ) \text{ A}; u = 141,4 \sin(314t - 30^\circ) \text{ V.}$$

Jų grafikai pateikti 2.12 pav.



2.12 pav. Srovės ir įtampos akimirkinių verčių grafikai

4. Galių skaičiavimas:

pirmojo imtuvo aktyvioji galia

$$P_{R1} = I^2 \cdot R_1 = 0,5^2 \cdot 80 = 20 \text{ W};$$

pirmojo imtuvo reaktyvioji galia

$$Q_1 = I^2 \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = 0,5^2 \cdot (100 - 40) = 15 \text{ var};$$

antrojo imtuvo aktyvioji galia

$$P_{R2} = I^2 \cdot R_2 = 0,5^2 \cdot 120 = 30 \text{ W};$$

antrojo imtuvo reaktyvioji galia

$$Q_2 = I^2 \cdot (X_{L2} - X_{C2}) = 0,5^2 \cdot (20 - 80) = -15 \text{ var};$$

visa grandinės imtuvų aktyvioji galia

$$P_R = P_{R1} + P_{R2} = 20 + 30 = 50 \text{ W};$$

visa grandinės imtuvų reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = Q_1 + Q_2 = 15 - 15 = 0 \text{ var}.$$

Imtuvų kompleksinė galia:

pirmojo

$$\underline{S}_{Z1} = I^2 \cdot \underline{Z}_1 = 0,5^2 \cdot (80 + j60) = 20 + j15 \text{ V} \cdot \text{A} ;$$

antrojo

$$\underline{S}_{Z2} = I^2 \cdot \underline{Z}_2 = 0,5^2 \cdot (120 - j60) = 30 - j15 \text{ V} \cdot \text{A} .$$

Abiejų grandinės imtuvų kompleksinė galia

$$\underline{S}_Z = \underline{S}_{Z1} + \underline{S}_{Z2} = 20 + j15 + 30 - j15 = 50 \text{ V} \cdot \text{A} .$$

Šaltinio aktyvioji galia

$$P_E = UI \cos \varphi = 100 \cdot 0,5 \cdot \cos 0^\circ = 50 \text{ W} ;$$

šaltinio reaktyvioji galia

$$Q_E = UI \sin \varphi = 100 \cdot 0,5 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ var} ;$$

šaltinio kompleksinė galia $\underline{S}_E = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$; čia $\underline{I}^*$ – srovės jungtinis kompleksas.

Jei srovės kompleksas $\underline{I} = 0,5e^{-j30^\circ} = 0,433 - j0,25 \text{ A}$, tai jungtinis kompleksas skiriasi menamosios dalies, o kartu ir srovės argumento ženklų $\underline{I}^* = 0,5e^{j30^\circ} = 0,433 + j0,25 \text{ A}$.

Taigi šaltinio kompleksinė galia

$$\underline{S}_E = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100e^{-j30^\circ} 0,5e^{j30^\circ} = 50 \text{ V} \cdot \text{A} .$$

5. Grandinėje vyksta įtampų rezonansas, nes įtampa ir srovė sutampa fazėmis.

Įtampų rezonanso sąlyga $X_L = X_C$; $\omega L = \frac{1}{\omega C}$.

Rezonansinis induktyvumas

$$L_{rez} = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{X_C}{\omega} .$$

Atsakymas:

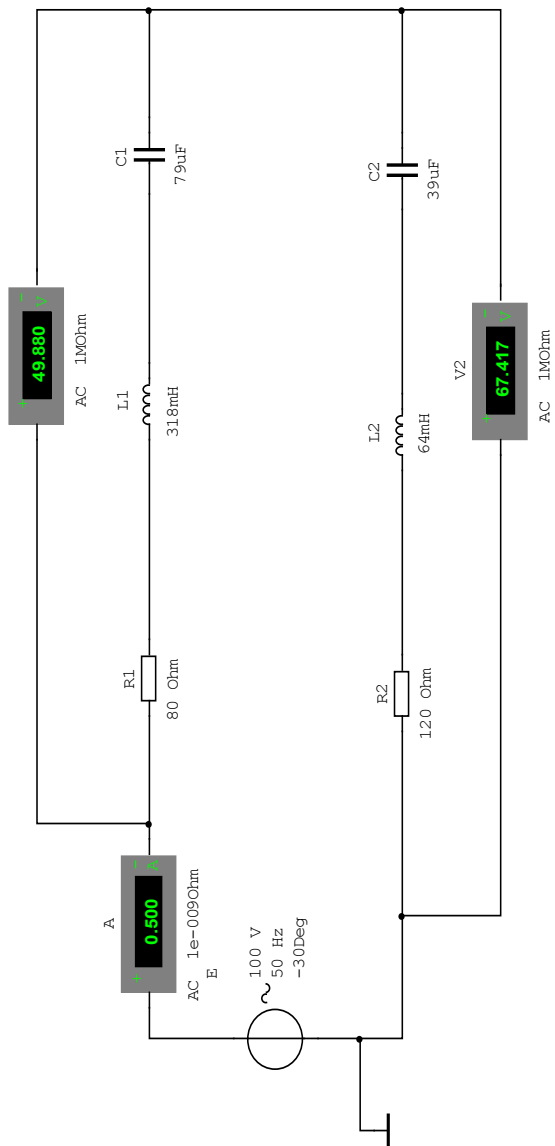
$$\underline{Z}_1 = 80 + j60 = 100e^{j37^\circ} \Omega; \underline{Z}_2 = 120 - j60 = 134e^{-j27^\circ} \Omega; \underline{Z} = 200e^{j0^\circ} \Omega;$$

$$\varphi = 53^\circ; i = 0,707 \sin(314t - 30^\circ) \text{ A}; u_1 = 70,7 \sin(314t + 7^\circ) \text{ V};$$

$$u_2 = 94,8 \sin(314t - 57^\circ) \text{ V};$$

$$P_R = P_E = 50 \text{ W}; Q_{LC} = Q_E = 0 \text{ var}; \underline{S}_Z = \underline{S}_E = 50e^{j0^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

2.13 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės modelis *Multisim* aplinkoje.



2.13 pav. 2.9 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

2.1.2. Lygiagrečios R, L, C grandinės analizė

Rasti 2.14 pav. pateiktos grandinės:

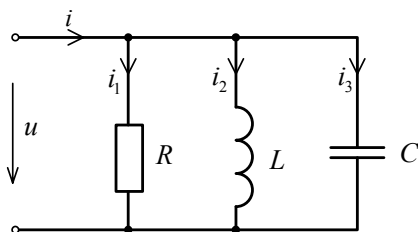
1. $\underline{I}_1; \underline{I}_2; \underline{I}_3; \underline{I}; \varphi$.

2. $i_1; i_2; i_3; i$.

3. P, Q, S .

4. Nubraižyti vektorių diagramą, parodant visus vektorius ir fazių skirtumą.

2.14 pav. pateiktos grandinės elementų parametrai nurodyti 2.1 lentelėje.



2.14 pav. Skaičiavimų grandinė

2.1 lentelė. 2.14 pav. grandinės elementų parametrai

Var. Nr.	u, V	R, Ω	X_L, Ω	X_C, Ω
1	$33,94 \sin(314t + 20^\circ)$	12	6	8
2	$141,4 \sin(314t - 60^\circ)$	100	25	50
3	$282,8 \sin(314t + 30^\circ)$	50	100	200
4	$169,7 \sin(314t - 45^\circ)$	40	120	60
5	$70,71 \sin(314t + 60^\circ)$	25	50	25
6	$50,91 \sin(314t - 25^\circ)$	36	18	12
7	$212,1 \sin(314t + 45^\circ)$	50	75	30
8	$42,43 \sin(314t - 30^\circ)$	30	10	15

1 pavyzdys

2.14 pav. grandinės $u = 141,4 \sin 314t V$; $R = 40 \Omega$; $X_L = 50 \Omega$; $X_C = 20 \Omega$.

Rasti: 1. Grandinės šakų sroves, fazių skirtumą.

2. Patikrinti galių balansą.

3. Nubraižyti vektorių diagramą.

Sprendimas

Šaltinio gnybtų įtampos kompleksinė efektinė vertė (laiko momentu $t = 0$):

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{141,4}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 100e^{j0^\circ} \text{ V}.$$

R , L , C elementai yra sujungti lygiagrečiai, t. y. prie tos pačios įtampos u . Todėl šakų srovių kompleksinės efektinės vertės skaičiuojamos pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{100e^{j0^\circ}}{40} = 2,5e^{j0^\circ} = 2,5 \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{100e^{j0^\circ}}{j50} = \frac{100e^{j0^\circ}}{50e^{j90^\circ}} = 2e^{-j90^\circ} = -j2 \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = \frac{100e^{j0^\circ}}{-j20} = \frac{100e^{j0^\circ}}{20e^{-j90^\circ}} = 5e^{j90^\circ} = j5 \text{ A}.$$

Srovės $\underline{I}_1$ efektinės vertės modulis $I_1 = 2,5 \text{ A}$; srovės argumentas, o kartu ir srovės akimirkinės vertės pradinė fazė $\psi_{i1} = 0^\circ$; antros šakos srovės $I_2 = 2 \text{ A}$, $\psi_{i2} = -90^\circ$; trečios šakos srovės $I_3 = 5 \text{ A}$, $\psi_{i3} = 90^\circ$. Srovių amplitudės:

$$I_{1m} = \sqrt{2} \cdot I_1 = \sqrt{2} \cdot 2,5 = 3,54 \text{ A};$$

$$I_{2m} = \sqrt{2} \cdot I_2 = \sqrt{2} \cdot 2 = 2,83 \text{ A};$$

$$I_{3m} = \sqrt{2} \cdot I_3 = \sqrt{2} \cdot 5 = 7,07 \text{ A}.$$

Srovių akimirkinės vertės:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) = 3,54 \sin 314t \text{ A};$$

$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2}) = 2,83 \sin(314t - 90^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = I_{3m} \sin(\omega t + \psi_{i3}) = 7,07 \sin(314t + 90^\circ) \text{ A}.$$

Iėjimo srovės kompleksinė efektinė vertė (I Kirchhofo dėsnis)

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 2,5 - j2 + j5 = 2,5 + j3 = 3,91e^{j50^\circ} \text{ A}.$$

Srovės $\underline{I}$ efektinės vertės modulis $I = 3,91 \text{ A}$; srovės argumentas, o kartu ir srovės akimirkinės vertės pradinė fazė $\psi_i = 50^\circ$; amplitudė $I_m = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 3,91 = 5,53 \text{ A}$. Akimirkinė vertė

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 5,53 \sin(314t + 50^\circ) \text{ A}.$$

Jei reikia apskaičiuoti tik įėjimo srovės efektinės vertės kompleksą $\underline{I}$ tai jį galima apskaičiuoti pagal Omo dėsnį lygiagrečiai grandinei iš pradžių apskaičiavus grandinės atstojamąjį kompleksinį laidį

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \frac{1}{40} + \frac{1}{j50} + \frac{1}{-j20} = 0,025 - j0,02 + j0,05 =$$

$$0,25 + j0,03 = 0,0391e^{j50^\circ} \text{ S}.$$

Srovės kompleksas

$$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y} = 100 \cdot 0,0391e^{j50^\circ} = 3,91e^{j50^\circ} \text{ A}.$$

Grandinės įtampos ir srovės fazių skirtumas

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 50^\circ = -50^\circ.$$

2. Galių skaičiavimas:

imtuvo aktyvioji galia

$$P_R = I_1^2 R = 2,5^2 \cdot 40 = 250 \text{ W};$$

šaltinio aktyvioji galia

$$P_E = UI \cos \varphi = 100 \cdot 3,91 \cdot \cos(-50^\circ) = 250 \text{ W};$$

imtuvų reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = I_2^2 X_L - I_3^2 X_C = 2^2 \cdot 50 - 5^2 \cdot 20 = -300 \text{ var};$$

šaltinio reaktyvioji galia

$$Q_E = UI \sin \varphi = 100 \cdot 3,91 \cdot \sin(-50^\circ) = -300 \text{ var};$$

imtuvų kompleksinė galia

$$\underline{S}_Z = \underline{S}_{Z1} + \underline{S}_{Z2} + \underline{S}_{Z3} = I_1^2 \cdot \underline{Z}_1 + I_2^2 \cdot \underline{Z}_2 + I_3^2 \cdot \underline{Z}_3 =$$

$$2,5^2 \cdot 40 + 2^2 \cdot j50 + 5^2 \cdot (-j20) = 250 - j300 = 391e^{-j50^\circ} \text{ V} \cdot \text{A};$$

šaltinio kompleksinė galia

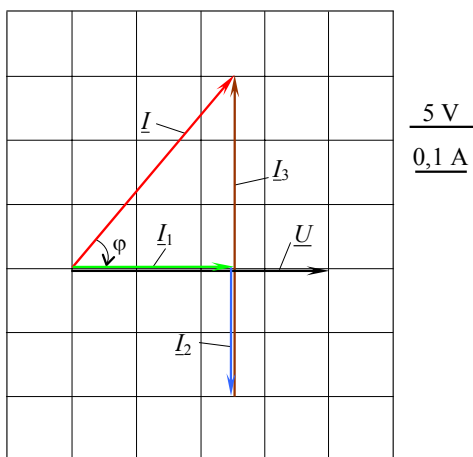
$$\underline{S}_E = \underline{U} \underline{I}^* = 100 \cdot 3,91e^{-j50^\circ} = 391e^{-j50^\circ} = 250 - j300 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Taigi gaunamas galių balansas

$$\underline{S}_Z = \underline{S}_E; P_R = P_E; Q_{LC} = Q_E.$$

3. Srovių ir įtampos vektorių diagrama pateikta 2.15 pav. Pirmiausia atidedamas įtampos vektorius $\underline{U}$. Po to jam lygiagre-

čiai atidedamas srovės I_1 vektorius, nes aktyviojoje varžoje įtampa ir srovė fazėmis sutampa. Srovės I_2 vektorius atidedamas žemyn nuo įtampos vektoriaus, nes induktyviojoje varžoje įtampa pralenkia srovę kampų $\pi/2$ (arba srovė atsilieka nuo įtampos kampų $\pi/2$). Srovės I_3 vektorius atidedamas aukštyn, nes talpinėje varžoje srovė pralenkia įtampą kampų $\pi/2$. Suminis srovės I vektorius gaunamas sujungus pirmos srovės vektoriaus I_1 pradžią su trečio vektoriaus I_3 viršūne. Fazių skirtumo kampas φ atidedamas nuo srovės link įtampos vektoriaus.



2.15 pav. 2.14 pav. grandinės srovių ir įtampos vektorių diagrama

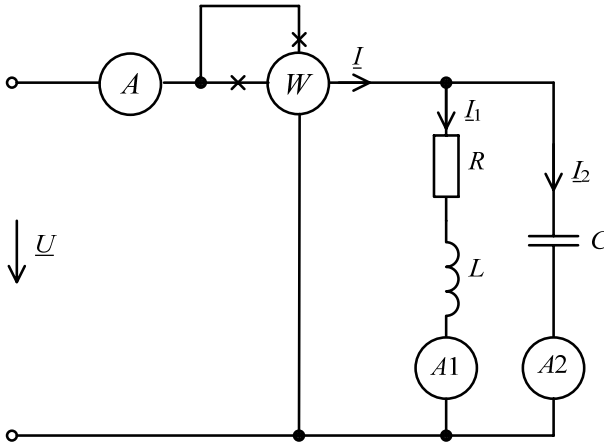
Atsakymas:

1. $I_1 = 2,5e^{j0^\circ} \text{ A}$; $I_2 = -j2 = 2e^{-j90^\circ} \text{ A}$; $I_3 = j5 = 5e^{j90^\circ} \text{ A}$;
 $I = 2,5 + j3 = 3,91e^{j50^\circ} \text{ A}$; $\varphi = -50^\circ$.
2. $P_R = P_E = 250 \text{ W}$; $Q_{LC} = Q_E = -300 \text{ var}$;
 $S_Z = S_E = 250 - j300 = 250e^{j0^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

2 pavyzdys

2.16 pav. grandinės $u = 28,28\sin(314t + 15^\circ) \text{ V}$; $R = 16 \Omega$;
 $L = 120 \text{ mH}$; $C = 39,8 \mu\text{F}$.

- Rasti:** 1. Šakų sroves.
 2. Prietaisų rodmenis.
 3. Patikrinti galių balansą.
 4. Kokią talpą C_{rez} reikėtų jungti, kad grandinėje įvyktų srovių rezonansas?
 5. Nubraižyti vektorių diagramą.



2.16 pav. Antro pavyzdžio grandinė

Sprendimas

1. Grandinės šakų srovių skaičiavimas.

Įtampos kompleksinė efektinė vertė

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{28,28}{\sqrt{2}} e^{j15^\circ} = 20e^{j15^\circ} = 19,3 + j5,18 \text{ V}.$$

Lygiagrečių šakų kompleksinės varžos

$$\underline{Z}_1 = R + j\omega L = 16 + j314 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 16 + j37,7 = 41e^{j67^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Z}_2 = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{314 \cdot 39,8 \cdot 10^{-6}} = -j80 = 80e^{-j90^\circ} \Omega.$$

Lygiagrečių šakų srovės

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{20e^{j15^\circ}}{41e^{j67^\circ}} = 0,488e^{-j52^\circ} = 0,301 - j0,385 \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{20e^{j15^\circ}}{80e^{-j90^\circ}} = 0,25e^{j105^\circ} = -0,065 + j0,242 \text{ A}.$$

Iėjimo srovės kompleksinė efektinė vertė pagal I Kirchhofo dėsnį

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0,301 - j0,385 + (-0,065 + j0,242) = 0,236 - j0,143 = 0,276e^{-j31^\circ} \text{ A}.$$

Srovę $\underline{I}$ galima rasti ir pagal Omo dėsnį, prieš tai apskaičiavus grandinės atstojamąją kompleksinę varžą

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{41e^{j67^\circ} \cdot 80e^{-j90^\circ}}{16 + j37,7 + (-j80)} = 72,5e^{j46^\circ} = 50,1 + j52,4 \Omega;$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{12}} = \frac{20e^{j15^\circ}}{72,5e^{j46^\circ}} = 0,276e^{-j31^\circ} = 0,236 - j0,143 \text{ A}.$$

2. Srovės ir įtampos matavimo prietaisai yra sugraduoti efekti-
nėmis vertėmis. Jie rodo efektinių verčių modulių vertes. Pirmojo
ampermetro rodmenys $I_1 = 0,488 \text{ A}$; antrojo $I_2 = 0,25 \text{ A}$; grandinės
įėjime įjungto ampermetro $I = 0,276 \text{ A}$.

Vatmetro rodmenis galima apskaičiuoti pagal formulę:

$$P_W = |\underline{U}| |\underline{I}| \cos(\psi_u - \psi_i) = 20 \cdot 0,276 \cdot \cos(15^\circ - (-31^\circ)) = 3,82 \text{ W}.$$

3. Galių balanso tikrinimas.

Imtuvų aktyvioji galia

$$P_R = I_1^2 \cdot R = 0,488^2 \cdot 16 = 3,82 \text{ W};$$

imtuvų reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = I_1^2 X_L - I_2^2 X_C = 0,488^2 \cdot 37,7 - 0,25^2 \cdot 80 = 3,99 \text{ var}.$$

Imtuvų kompleksinė galia

$$\underline{S}_Z = I_1^2 \cdot \underline{Z}_1 + I_2^2 \cdot \underline{Z}_2 = 0,488^2 \cdot 41e^{j67^\circ} + 0,25^2 \cdot 80e^{-j90^\circ} = 3,82 + j3,99 = 5,52e^{j46^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Šaltinio aktyvioji galia

$$P_E = UI \cos \varphi = 20 \cdot 0,276 \cdot \cos 46^\circ = 3,82 \text{ W};$$

šaltinio reaktyvioji galia

$$Q_E = UI \sin \varphi = 20 \cdot 0,488 \cdot \sin 46^\circ = 3,99 \text{ var};$$

šaltinio kompleksinė galia

$$\underline{S}_E = \underline{U} \cdot \underline{I}^* ;$$

čia $\underline{I}^*$ – srovės jungtinis kompleksas.

Jei srovės kompleksas $\underline{I} = 0,276e^{-j31^\circ} = 0,236 - j0,143 \text{ A}$, tai jungtinis kompleksas skiriasi menamosios dalies, o kartu ir srovės argumento ženklu

$$\underline{I}^* = 0,276e^{j31^\circ} = 0,236 + j0,143 \text{ A} .$$

Taigi šaltinio kompleksinė galia

$$\underline{S}_E = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 20e^{j15^\circ} \cdot 0,276e^{j31^\circ} = 5,52e^{j46^\circ} = 3,82 + j3,99 \text{ V} \cdot \text{A} .$$

Gavome, kad imtuvų ir šaltinio galios yra vienodos, galių balansas tenkinamas.

4. Rezonansinės talpos C_{rez} skaičiavimas.

Lygiagrečioje grandinėje vykstantis srovių rezonansas yra toks reiškinys, kai įėjimo įtampos ir srovės pradinės fazės sutampa. Srovių rezonanso sąlyga $B_L = B_C$, čia B_L – induktyvusis laidis, B_C –

talpinis laidis. Šie laidžiai $B_L = \frac{\omega L}{Z_1^2}$; $B_C = \frac{1/\omega C}{Z_2^2} = \omega C$. Įrašius šias

išraiškas į srovių rezonanso sąlygą ir išreiškus rezonansinę talpą

$$C_{rez} = \frac{L}{Z_1^2} = \frac{0,12}{41^2} = 71,6 \text{ } \mu\text{F} .$$

Tada

$$\underline{Z}_{2rez} = -j \frac{1}{\omega C_{rez}} = -j \frac{1}{314 \cdot 71,6 \cdot 10^{-6}} = -j44,5 \Omega = 44,5e^{-j90^\circ} \Omega .$$

Pirmoje šakoje nieko nekeičiame, jos varža ir srovė išlieka ta pati, o antros šakos srovė rezonanso metu

$$\underline{I}_{2rez} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{2rez}} = \frac{20e^{j15^\circ}}{44,5e^{-j90^\circ}} = 0,45e^{j105^\circ} = -0,116 + j0,434 \text{ A} .$$

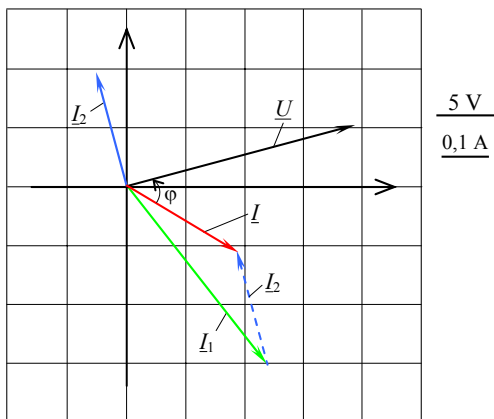
Įėjimo srovės kompleksas pagal I Kirchhofo dėsni

$$\underline{I}_{rez} = \underline{I}_1 + \underline{I}_{2rez} = 0,301 - j0,385 + (-0,116 + j0,434) = 0,184 + j0,05 = 0,191e^{j15^\circ} \text{ A.}$$

Taigi, įėjimo srovės pradinė fazė irgi 15° , kaip ir įtampos.

5. Vektorių diagramos braižymas.

Pirmiausia atidedamas įtampos vektorius $\underline{U}$ (2.17 pav.). Po to atidedami lygiagrečių šakų srovių vektoriai $\underline{I}_1$ ir $\underline{I}_2$. Sudėjus šiuos vektorius gaunamas srovės $\underline{I}$ vektorius. Fazių skirtumo kampas atskaitomas nuo srovės link įtampos vektoriaus. Jis yra teigiamas (gaunamas prieš laikrodžio rodyklę) $\varphi = \psi_u - \psi_i = 15^\circ - (-31^\circ) = 46^\circ$.

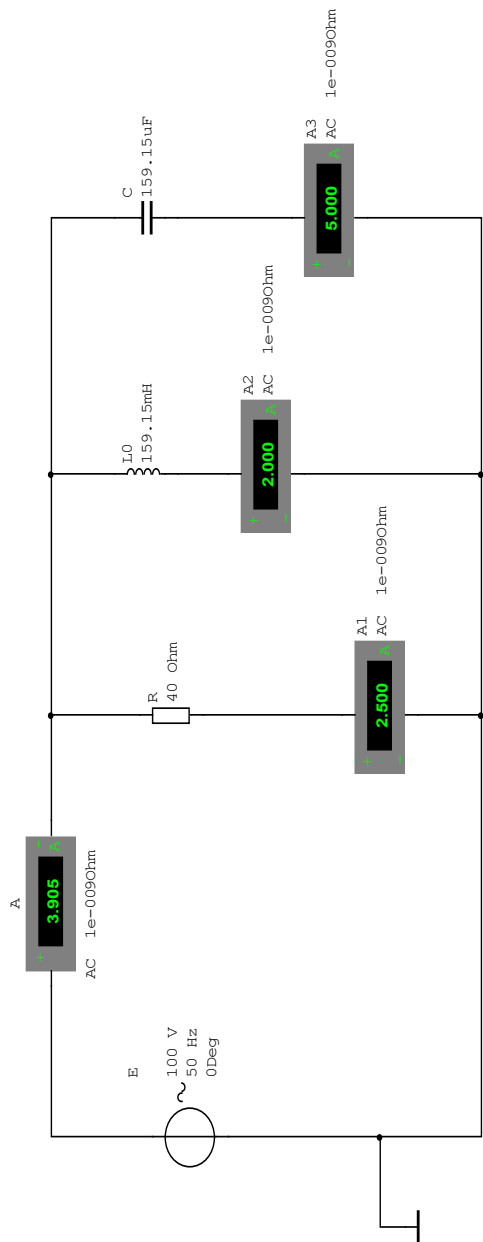


2.17 pav. 2.16 pav. grandinės srovių ir įtampos vektorių diagrama

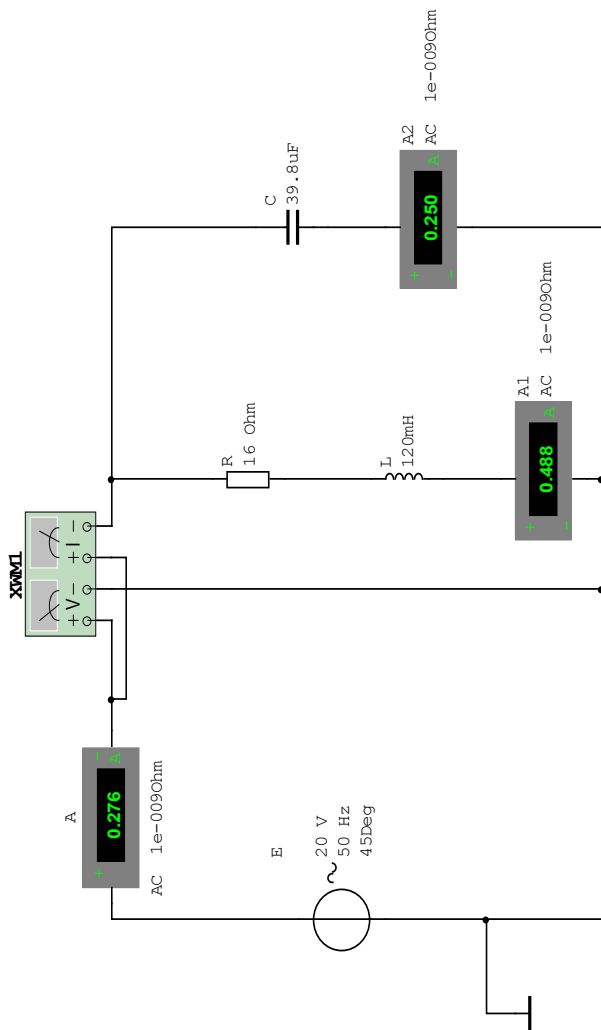
Atsakymas:

- $\underline{I}_1 = 0,488e^{-j52^\circ} = 0,301 - j0,385 \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,25e^{j105^\circ} = -0,065 + j0,242 \text{ A};$
 $\underline{I} = 0,276e^{-j31^\circ} = 0,236 - j0,143 \text{ A};$
- $I_1 = 0,488 \text{ A}; I_2 = 0,25 \text{ A}; I = 0,276 \text{ A}; P_w = 3,82 \text{ W.}$
- $P_R = P_E = 3,82 \text{ W}; Q_{LC} = Q_E = 3,99 \text{ var};$
 $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 3,82 + j3,99 = 5,52e^{j46^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$
- $C_{rez} = 71,6 \text{ } \mu\text{F.}$

2.18 pav. pateiktas 1 pavyzdžio grandinės (2.14 pav.) modelis, o 2.19 pav. – 2 pavyzdžio (2.16 pav.) modelis *Multisim* aplinkoje.



2.18 pav. 2.14 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

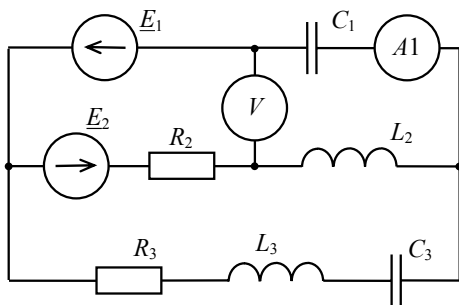


2.19 pav. 2.16 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

2.2. Sudėtingų kintamosios srovės grandinių analizė

Rasti 2.20–2.27 pav. pateiktų grandinių:

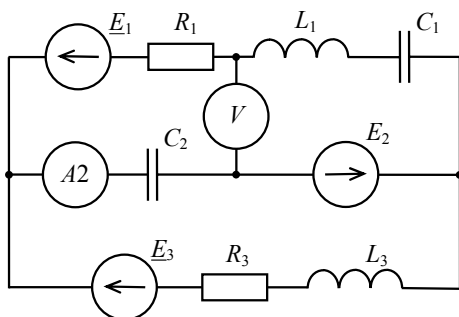
1. Šakų srovių kompleksus.
2. Ampermetrų rodmenis.
3. Voltmetro rodmenis.
4. Patikrinti galių balansą.



2.20 pav.

Duota:

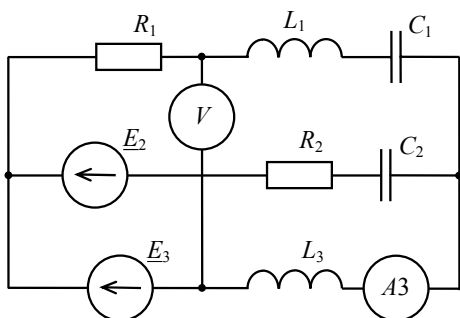
$$\begin{aligned} C_1 &= 132,5 \mu\text{F}; \\ R_2 &= 50 \Omega; \\ L_2 &= 21,2 \text{ mH}; \\ R_3 &= 20 \Omega; \\ L_3 &= 50 \text{ mH}; \\ C_3 &= 80,3 \mu\text{F}; \\ f &= 60 \text{ Hz}; \\ e_1 &= 82,5 \sin(\omega t - 59^\circ) \text{ V}; \\ e_2 &= 63,2 \sin(\omega t + 27^\circ) \text{ V}. \end{aligned}$$



2.21 pav.

Duota:

$$\begin{aligned} R_1 &= 100 \Omega; \\ L_1 &= 136,5 \text{ mH}; \\ C_1 &= 94,6 \mu\text{F}; \\ C_2 &= 32,5 \mu\text{F}; \\ R_3 &= 120 \Omega; \\ L_3 &= 54,6 \text{ mH}; \\ f &= 70 \text{ Hz}; \\ e_1 &= 167,5 \sin(\omega t - 32^\circ) \text{ V}; \\ e_2 &= 213,2 \sin(\omega t + 42^\circ) \text{ V}; \\ e_3 &= 141,4 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}. \end{aligned}$$



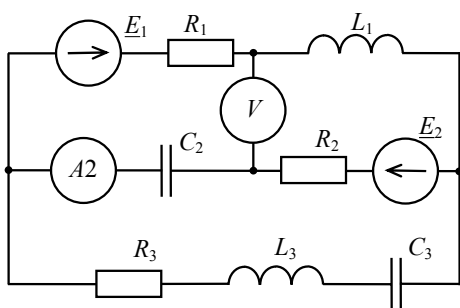
2.22 pav.

Duota:

$$\begin{aligned} R_1 &= 150 \, \Omega; \\ L_1 &= 248,7 \, \text{mH}; \\ C_1 &= 79,6 \, \mu\text{F}; \\ R_2 &= 100 \, \Omega; \\ C_2 &= 39,8 \, \mu\text{F}; \\ L_3 &= 139,25 \, \text{mH}; \\ f &= 80 \, \text{Hz}; \\ e_2 &= 339 \sin(\omega t + 45^\circ) \, \text{V}; \\ e_3 &= 282,8 \sin(\omega t - 90^\circ) \, \text{V}. \end{aligned}$$

Duota:

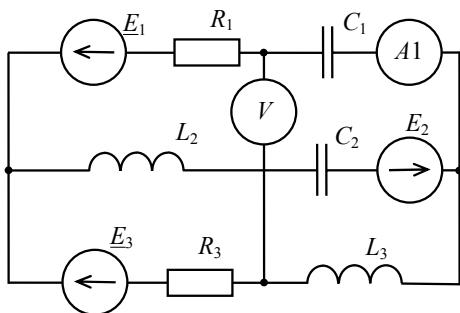
$$\begin{aligned} R_1 &= 40 \, \Omega; \\ L_1 &= 49,6 \, \text{mH}; \\ R_2 &= 25 \, \Omega; \\ C_2 &= 35,4 \, \mu\text{F}; \\ R_3 &= 50 \, \Omega; \\ L_3 &= 24,8 \, \text{mH}; \\ C_3 &= 55,2 \, \mu\text{F}; \\ f &= 90 \, \text{Hz}; \\ e_1 &= 116 \sin(\omega t - 41^\circ) \, \text{V}; \\ e_2 &= 70,7 \sin(\omega t + 37^\circ) \, \text{V}. \end{aligned}$$



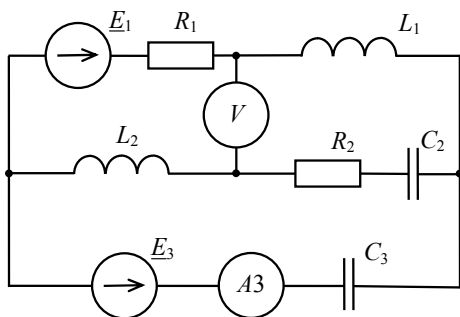
2.23 pav.

Duota:

$$\begin{aligned} R_1 &= 200 \, \Omega; \\ C_1 &= 15,9 \, \mu\text{F}; \\ L_2 &= 47,9 \, \text{mH}; \\ C_2 &= 31,8 \, \mu\text{F}; \\ R_3 &= 100 \, \Omega; \\ L_3 &= 95,5 \, \text{mH}; \\ f &= 100 \, \text{Hz}; \\ e_1 &= 141,4 \sin(\omega t - 45^\circ) \, \text{V}; \\ e_2 &= 169,7 \sin \omega t \, \text{V}; \\ e_3 &= 141,4 \sin(\omega t + 37^\circ) \, \text{V}. \end{aligned}$$



2.24 pav.



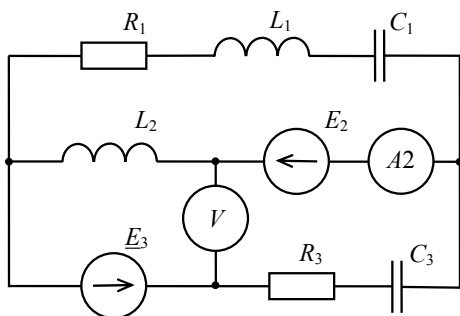
2.25 pav.

Duota:

- $R_1 = 50 \, \Omega$;
 $L_1 = 52,1 \, \text{mH}$;
 $R_2 = 20 \, \Omega$;
 $L_2 = 34,7 \, \text{mH}$;
 $C_2 = 30 \, \mu\text{F}$;
 $C_3 = 90,2 \, \mu\text{F}$;
 $f = 110 \, \text{Hz}$;
 $e_1 = 100 \sin(\omega t + 45^\circ) \, \text{V}$;
 $e_3 = 63,2 \sin(\omega t - 63^\circ) \, \text{V}$.

Duota:

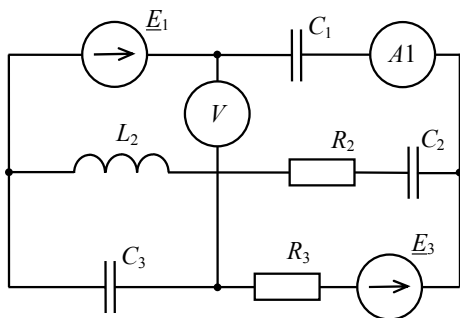
- $R_1 = 60 \, \Omega$;
 $L_1 = 145,5 \, \text{mH}$;
 $C_1 = 44,6 \, \mu\text{F}$;
 $L_2 = 79,6 \, \text{mH}$;
 $R_3 = 90 \, \Omega$;
 $C_3 = 11,05 \, \mu\text{F}$;
 $f = 120 \, \text{Hz}$;
 $e_2 = 158,1 \sin(\omega t + 27^\circ) \, \text{V}$;
 $e_3 = 282,8 \sin(\omega t - 53^\circ) \, \text{V}$.



2.26 pav.

Duota:

- $C_1 = 15,3 \, \mu\text{F}$;
 $R_2 = 32 \, \Omega$;
 $L_2 = 52,6 \, \text{mH}$;
 $C_2 = 64,6 \, \mu\text{F}$;
 $R_3 = 50 \, \Omega$;
 $C_3 = 30,6 \, \mu\text{F}$;
 $f = 130 \, \text{Hz}$;
 $e_1 = 212,1 \sin(\omega t - 53^\circ) \, \text{V}$;
 $e_3 = 212,1 \sin \omega t \, \text{V}$.



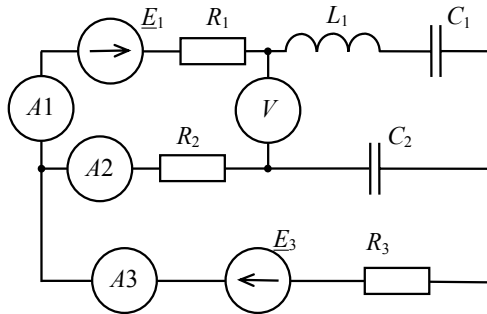
2.27 pav.

Pavyzdys

2.28 pav. pateiktos grandinės $e_1 = 28,3 \sin(314t)$ V;
 $e_3 = 45,3 \sin(314t)$ V; $R_1 = 16 \ \Omega$; $L_1 = 120 \text{ mH}$; $C_1 = 100 \ \mu\text{F}$;
 $R_2 = 20 \ \Omega$; $C_2 = 80 \ \mu\text{F}$; $R_3 = 10 \ \Omega$, $f = 50 \text{ Hz}$.

Rasti:

1. Šakų srovių kompleksus.
2. Ampermetrų rodmenis.
3. Voltmetro rodmenis.
4. Patikrinti galių balansą.



2.28 pav. Pavyzdžio grandinė

Sprendimas

1. Kampinis dažnis $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1}$.

Grandinės šakų varžų kompleksai:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = 16 + j \left(314 \cdot 120 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{314 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} \right) =$$

$$16 + j5,87 = 17e^{j20^\circ} \ \Omega;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j \left(-\frac{1}{\omega C_2} \right) = 20 + j \left(-\frac{1}{314 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} \right) =$$

$$20 - j39,8 = 44,5e^{-j63^\circ} \ \Omega;$$

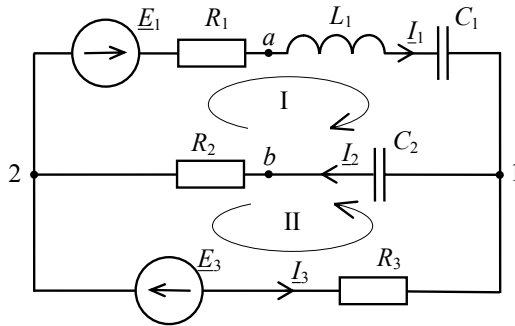
$$\underline{Z}_3 = R_3 = 10 = 10e^{j0^\circ} \ \Omega.$$

Elektrovaros šaltinių efektyviųjų verčių kompleksai:

$$\underline{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e1}} = \frac{28,3}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 20 e^{j0^\circ} = 20 \text{ V};$$

$$\underline{E}_3 = \frac{E_{3m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e3}} = \frac{45,3}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 32 e^{j0^\circ} = 32 \text{ V}.$$

Grandinė yra sudėtinga, todėl laisvai parenkamos ir pažymimos grandinės šakų srovių $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ bei $\underline{I}_3$ kryptys (2.29 pav.). Grandinėje yra du mazgai ($m = 2$) ir trys šakos ($S = 3$).



2.29 pav. Grandinės skaičiavimas Kirchofo lygčių metodu su pažymėtomis šakų srovių kryptimis ir kontūrų apėjimo kryptimis

Šakų srovės tokioje grandinėje galima skaičiuoti Kirchofo lygčių metodu, kontūrų srovių metodu arba mazgų potencialų metodu.

a. *Kirchofo lygčių metodas.*

Grandinėje yra trys nežinomos srovės, todėl šiuo metodu reikia sudaryti ir spręsti trijų lygčių sistemą: viena lygtis pagal I Kirchofo dėsni, nes, jei grandinėje yra 2 mazgai, tai nepriklausomų lygčių $m - 1 = 2 - 1 = 1$, o likusios dvi – nepriklausomiems kontūrams (I ir II). Taigi gaunama tokia lygčių sistema:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0; \\ \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{E}_1; \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_3 \underline{Z}_3 = -\underline{E}_3. \end{cases}$$

Tai trijų lygčių sistema su kompleksiniais skaičiais. Ją patogiau spręsti kompiuteriu, taikant programų paketą *Mathcad*.

$$Z := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ Z1 & Z2 & 0 \\ 0 & Z2 & Z3 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 0 \\ E1 \\ -E3 \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 16 + 5.9i & 20 - 39.8i & 0 \\ 0 & 20 - 39.8i & 10 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \\ -32 \end{pmatrix}$$

$$I := \text{lsolve}(Z, E) \quad I = \begin{pmatrix} 1.851 - 0.525i \\ -0.079 - 0.28i \\ -1.93 + 0.246i \end{pmatrix}$$

$$I1 := I_0 \quad I1 = 1.851 - 0.525i \quad |I1| = 1.92 \quad \arg(I1) = -16 \text{ deg}$$

$$I2 := I_1 \quad I2 = -0.0788 - 0.2796i \quad |I2| = 0.29 \quad \arg(I2) = -106 \text{ deg}$$

$$I3 := I_2 \quad I3 = -1.93 + 0.246i \quad |I3| = 1.95 \quad \arg(I3) = 173 \text{ deg}$$

Taigi, kompiuteriu išsprendę šią lygčių sistemą, gauname tokius šakų srovių efektinių verčių kompleksus:

$$\underline{I}_1 = 1,85 - j0,525 = 1,92e^{-j16^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = -0,0788 - j0,28 = 0,29e^{-j106^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = -1,93 + j0,246 = 1,95e^{j173^\circ} \text{ A}.$$

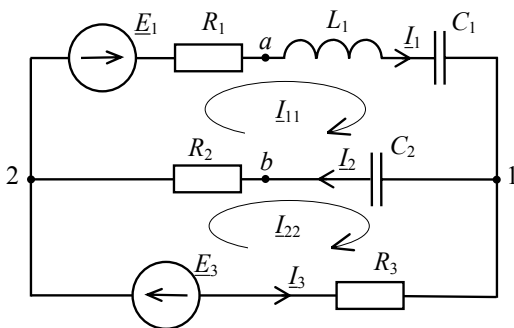
Patikrinimas pagal I Kirchofo dėsnį:

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 1,85 - j0,525 - (-0,0788 - j0,28) + (-1,93 + j0,246) = 0 \text{ A}.$$

b. *Kontūrų srovių metodas.*

Lygčių, o kartu ir nežinomųjų skaičių galima sumažinti iki $S - (m - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$ taikant kontūrų srovių metodą.

Pavyzdžio grandinėje yra du nepriklausomi kontūrai. Kiekviename iš jų teka savos kontūro srovės I_{11} ir I_{22} (2.30 pav.). Jų kryptys parenkamos laisvai, tarkime, pagal laikrodžio rodyklės judėjimo kryptį.



2.30 pav. Grandinė kontūrų srovėms skaičiuoti

Lygčių sistema dviejų kontūrų srovėms skaičiuoti:

$$\begin{cases} \underline{Z}_{11}I_{11} + \underline{Z}_{12}I_{22} = \underline{E}_{11}; \\ \underline{Z}_{21}I_{11} + \underline{Z}_{22}I_{22} = \underline{E}_{22}. \end{cases}$$

Šioje lygčių sistemoje kontūrų varžos

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 16 + j5,87 + 20 - j39,8 = 36 - j33,9 = 49,5e^{-j43^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 20 - j39,8 + 10 = 30 - j39,8 = 49,8e^{-j53^\circ} \Omega.$$

Kontūrų bendroji varža užrašoma su minusu, nes kontūrų srovių kryptys bendroje varžoje yra priešingos:

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_2 = -20 + j39,8 = 44,5e^{j117^\circ} \Omega.$$

Kontūrų elektrovaros

$$\underline{E}_{11} = \underline{E}_1 = 20e^{j0^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{E}_{22} = \underline{E}_3 = 32e^{j0^\circ} \text{ V}.$$

Gautas varžų ir elektrovarų kompleksų vertes įrašius į lygčių sistemą gaunama lygčių sistema:

$$\begin{cases} 49,5e^{-j43^\circ} \cdot \underline{I}_{11} + 44,5e^{j117^\circ} \cdot \underline{I}_{22} = 20e^{j0^\circ}; \\ 44,5e^{j117^\circ} \cdot \underline{I}_{11} + 49,8e^{-j53^\circ} \cdot \underline{I}_{22} = 32e^{j0^\circ}. \end{cases}$$

Ją patogiu spręsti kompiuteriu, naudojant programų paketą *Mathcad*.

$$\underline{Z} := \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \quad \underline{E} := \begin{pmatrix} \underline{E}_{11} \\ \underline{E}_{22} \end{pmatrix}$$

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} 36 - 33.9i & -20 + 39.8i \\ -20 + 39.8i & 30 - 39.8i \end{pmatrix} \quad \underline{E} = \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$\underline{I} := \text{lsolve}(\underline{Z}, \underline{E}) \quad \underline{I} = \begin{pmatrix} 1.851 - 0.525i \\ 1.93 - 0.246i \end{pmatrix}$$

$$\underline{I}_{11} := \underline{I}_0 \quad \underline{I}_{11} = 1.851 - 0.525i \quad |\underline{I}_{11}| = 1.924 \quad \arg(\underline{I}_{11}) = -16^\circ$$

$$\underline{I}_{22} := \underline{I}_1 \quad \underline{I}_{22} = 1.93 - 0.246i \quad |\underline{I}_{22}| = 1.95 \quad \arg(\underline{I}_{22}) = -7^\circ$$

Kontūrų srovių kompleksinės efektinės vertės:

$$\underline{I}_{11} = 1,85 - j0,525 = 1,92e^{-j16^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{22} = 1,93 - j0,246 = 1,95e^{-j7^\circ} \text{ A}.$$

Šakų srovės:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 1,85 - j0,525 = 1,92e^{-j16^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 1,85 - j0,525 - (1,93 - j0,246) = -0,08 - j0,279 = 0,29e^{-j106^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = -\underline{I}_{22} = -1,93 + j0,246 = 1,95e^{j173^\circ} \text{ A}.$$

c. *Mazgų potencialų metodas.*

Grandinėje du mazgai (1 ir 2) (2.30 pav.). Jų potencialai $\underline{V}_1$ ir $\underline{V}_2$. Prilyginus vieno mazgo potencialą nuliui, pvz., $\underline{V}_2 = 0$, lieka tik vienas nežinomas potencialas $\underline{V}_1$. Jam skaičiuoti tereikia vienos lygties:

$$\underline{V}_1 \underline{Y}_{11} = \underline{J}_{M1};$$

čia $\underline{Y}_{11}$ – pirmojo mazgo laidis; $\underline{J}_{M1} = \sum_{(1)} \underline{E} \cdot \underline{Y}$ – prie pirmojo mazgo prijungtų EV šaltinių elektrovarų ir tų šakų laidžių sandaugų algebrinė suma.

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{17e^{j20^\circ}} + \frac{1}{44,5e^{-j63^\circ}} + \frac{1}{10e^{j0^\circ}} =$$

$$0,165 - j1,41 \cdot 10^{-4} = 0,165e^{j0^\circ} \text{ S};$$

$$\underline{J}_{M1} = \underline{E}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_1} - \underline{E}_3 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_3} = 20e^{j0^\circ} \cdot \frac{1}{17e^{j20^\circ}} - 32e^{j0^\circ} \cdot \frac{1}{10e^{j0^\circ}} =$$

$$-2,1 - j0,404 = 2,14e^{-j169^\circ} \text{ A.}$$

1-ojo mazgo potencialas:

$$\underline{V}_1 = \frac{\underline{J}_{M1}}{\underline{Y}_{11}} = \frac{2,14e^{-j169^\circ}}{0,165e^{j0^\circ}} = 12,9e^{-j169^\circ} = -12,7 - j2,46 \text{ V.}$$

Šakų srovių kompleksai pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_1 + \underline{E}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{0 - (-12,7 - j2,46) + 20}{17e^{j20^\circ}} = 1,92e^{-j16^\circ} =$$

$$1,85 - j0,525 \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-12,7 - j2,46 - 0}{44,5e^{-j63^\circ}} = 0,29e^{-j106^\circ} =$$

$$-0,0788 - j0,28 \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_1 - \underline{E}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{0 - (-12,7 - j2,46) - 32}{10e^{j0^\circ}} = 1,95e^{j173^\circ} =$$

$$-1,93 + j0,246 \text{ A.}$$

Visais metodais apskaičiuotos srovės gaunamos vienodos.

2. Ampermetrų rodmenys (srovių efektinių verčių moduliai):

$$I_1 = 1,92 \text{ A}; I_2 = 0,29 \text{ A}; I_3 = 1,95 \text{ A.}$$

3. Voltmetras prijungtas prie taškų a ir b (2.29 pav.). Įtampą U_{ab} tarp šių taškų galima apskaičiuoti dviem būdais:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_1 (jX_{L1} - jX_{C1}) + \underline{I}_2 (-jX_{C2}) = 1,92e^{-j16^\circ} (j37,7 - j31,8) + 0,29e^{-j106^\circ} (-j39,8) = -8,04 + j14 = 16,1e^{j120^\circ} \text{ V},$$

arba

$$\underline{U}_{ab} = -\underline{I}_1 R_1 + \underline{E}_1 - \underline{I}_2 R_2 = -1,92e^{-j16^\circ} \cdot 16 + 20 - 0,29e^{-j106^\circ} \cdot 20 = -8,04 + j14 = 16,1e^{j120^\circ} \text{ V}.$$

Voltmetro rodmenys – įtampos $\underline{U}_{ab}$ efektinės vertės modulis $U_{ab} = 16,1 \text{ V}$.

4. Galių balanso patikrinimas.

Nagrinėjamosios grandinės galių balanso lygtis:

$$\underline{S}_Z = \underline{S}_E;$$

$$\underline{S}_{1Z} + \underline{S}_{2Z} + \underline{S}_{3Z} = \underline{S}_{1E} + \underline{S}_{3E};$$

čia $\underline{S}_{1Z} = I_1^2 \underline{Z}_1$, $\underline{S}_{2Z} = I_2^2 \underline{Z}_2$, $\underline{S}_{3Z} = I_3^2 \underline{Z}_3$ – varžų $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ kompleksinės galios; $\underline{S}_{1E} = \underline{E}_1 \underline{I}_1^*$, $\underline{S}_{3E} = -\underline{E}_3 \underline{I}_3^*$ – elektrovaros šaltinių $\underline{E}_1$, $\underline{E}_3$ kompleksinės galios.

Galia $\underline{S}_{3E}$ užrašoma su minuso ženklu, nes elektrovaros $\underline{E}_3$ ir srovės $\underline{I}_3$ kryptys yra priešingos.

Irašę srovių kompleksų ir kompleksinių varžų vertes, gauname tokias varžų kompleksines galias:

$$\underline{S}_{1Z} = I_1^2 \underline{Z}_1 = 1,92^2 \cdot 17e^{j20^\circ} = 63,1e^{j20^\circ} = 59,2 + j21,7 \text{ V} \cdot \text{A};$$

$$\underline{S}_{2Z} = I_2^2 \underline{Z}_2 = 0,29^2 \cdot 44,5e^{-j63^\circ} = 3,76e^{-j63^\circ} = 1,69 - j3,36 \text{ V} \cdot \text{A};$$

$$\underline{S}_{3Z} = I_3^2 \underline{Z}_3 = 1,95^2 \cdot 10 = 37,8 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Visų grandinės varžų kompleksinių galių suma:

$$\underline{S}_{1Z} + \underline{S}_{2Z} + \underline{S}_{3Z} = 59,2 + j21,7 + 1,69 - j3,36 + 37,8 =$$

$$98,83 + j18,4 = 100e^{j11^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Elektrovaros šaltinių kompleksinės galios išraiškose srovės $\underline{I}_1^*$ ir $\underline{I}_3^*$ yra srovių $\underline{I}_1$ ir $\underline{I}_3$ jungtiniai kompleksai (jie skiriasi tik menamosios dalies, o kartu ir komplekso argumento ženklu). Jei

$\underline{I}_1 = 1,92e^{-j16^\circ} = 1,85 - j0,525 \text{ A}$ ir $\underline{I}_3 = 1,95e^{j173^\circ} = -1,93 + j0,246 \text{ A}$,
 tai jų jungtiniai kompleksai $\underline{I}_1^* = 1,92e^{j16^\circ} \text{ A}$ ir $\underline{I}_3^* = 1,95e^{-j173^\circ} \text{ A}$.
 Tada elektrovaros šaltinių kompleksinės galios

$$\underline{S}_{1E} = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* = 20e^{j0^\circ} \cdot 1,92e^{j16^\circ} = 38,5e^{j16^\circ} = 37 + j10,5 \text{ V} \cdot \text{A};$$

$$\underline{S}_{3E} = -\underline{E}_3 \underline{I}_3^* = -32e^{j0^\circ} \cdot 1,95e^{-j173^\circ} = 62,3e^{j7^\circ} = 61,8 + j7,86 \text{ V} \cdot \text{A}$$

Abiejų elektrovaros šaltinių kompleksinė galia

$$\underline{S}_{1E} + \underline{S}_{3E} = 37 + j10,5 + 61,8 + j7,86 = 98,8 + j18,4 = 100e^{j11^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Iš skaičiavimo rezultatų matyti, kad

$$\sum \underline{S}_Z = \sum \underline{S}_E.$$

Kompleksinė galia algebrine forma:

$$\underline{S} = P + jQ = 98,8 + j18,4 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

Vadinasi, nagrinėjamosios grandinės aktyvioji galia

$$P = 98,8 \text{ W};$$

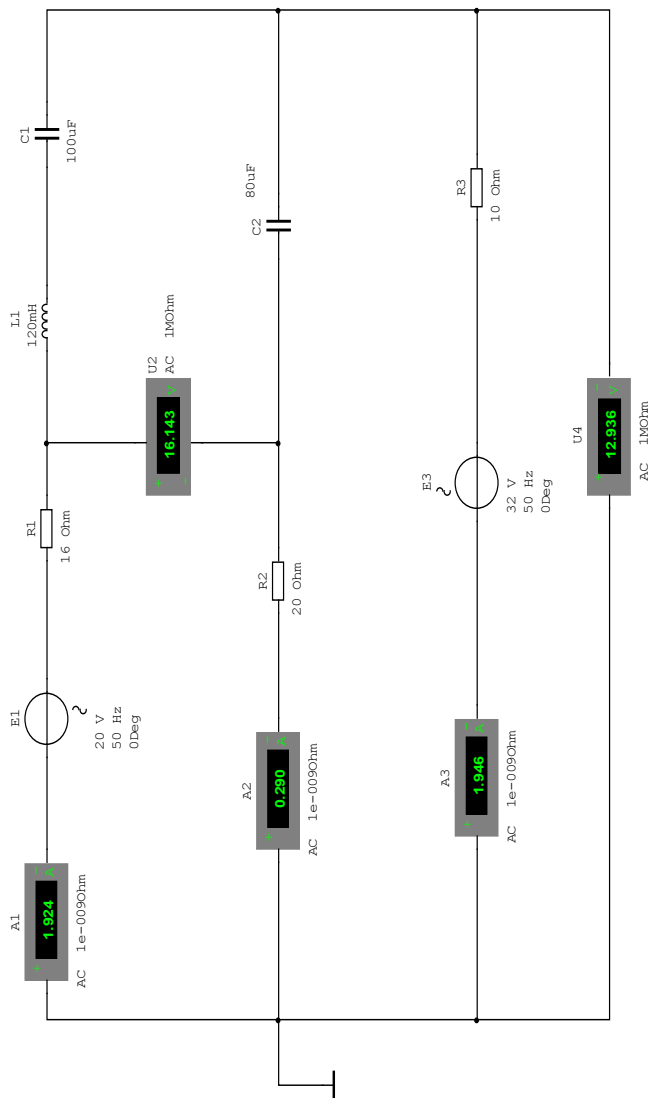
reaktyvioji galia

$$Q = 17,1 \text{ var}.$$

Atsakymas:

- $\underline{I}_1 = 1,85 - j0,525 = 1,92e^{-j16^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = -0,0788 - j0,28 = 0,29e^{-j106^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = -1,93 + j0,246 = 1,95 e^{j173^\circ} \text{ A}.$
- $\underline{I}_1 = 1,92 \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,29 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,95 \text{ A}.$
- $\underline{U}_{ab} = 16,1 \text{ V}.$
- $P_R = P_E = 98,8 \text{ W}; Q_{LC} = Q_E = 18,4 \text{ var};$
 $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 98,8 + j18,4 = 100e^{j11^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

2.31 pav. pateiktas pavyzdžio grandinės (2.28 pav.) modelis
Multisim aplinkoje.



2.31 pav. 2.28 pav. pateiktos grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

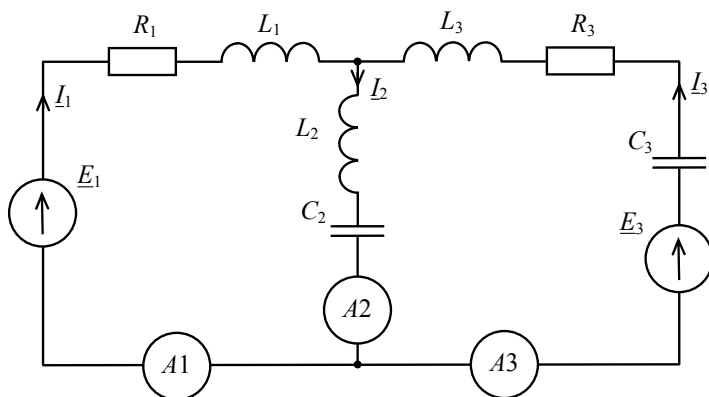
2.3. Sudėtingų grandinių su abipusiu induktyvumu analizė

Rasti 2.32 pav. pateiktos grandinės:

1. Šakų srovių kompleksus.

2. Ampermetrų rodmenis.

2.32 pav. grandinės elementų parametrai pateikti 2.2 lentelėje.



2.32 pav. Skaičiavimų grandinė

2.2 lentelė. 2.32 pav. grandinės elementų parametrai lentelė

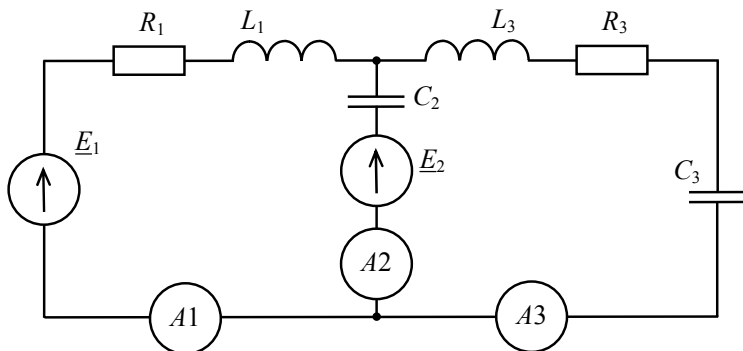
Var. Nr.	E_1, V	E_3, V	R_1, Ω	X_{L1}, Ω	X_{L2}, Ω	X_{C2}, Ω	R_3, Ω	X_{L3}, Ω	X_{C3}, Ω	$\omega M, \Omega$	Jungimo būdas*	Magnetinis ryšys tarp
1	$100 + j50$	$50 - j80$	25	50	30	10	20	10	15	2	S	L_1 ir L_2
2	$80 - j60$	$-j150$	15	15	20	70	40	20	40	3	P	L_1 ir L_3
3	20	$15 + j15$	10	20	15	20	15	10	20	4	S	L_2 ir L_3
4	$30 + j40$	$j50$	40	50	30	15	20	20	15	3	P	L_1 ir L_2
5	$-j100$	80	50	40	80	30	40	20	30	2	S	L_1 ir L_3
6	$80 + j60$	$60 - j80$	80	60	70	50	50	80	70	3	P	L_2 ir L_3

* S – suderintojo jungimo atvejis, P – priešinio jungimo atvejis.

Pavyzdys

2.33 pav. grandinės $E_1 = 100 \text{ V}$; $E_2 = 86 \text{ V}$; $R_1 = 50 \Omega$; $R_3 = 80 \Omega$; $X_{L1} = 40 \Omega$; $X_{L3} = 30 \Omega$; $X_{C2} = 25 \Omega$; $X_{C3} = 50 \Omega$; magnetinis ryšys tarp L_1 ir L_3 , $\omega M = 5 \Omega$; jungimo būdas – priešinis.

- Rasti:** 1. Grandinės šakų srovės.
2. Prietaisų rodmenis.



2.33 pav. Pavyzdžio skaičiavimo grandinė

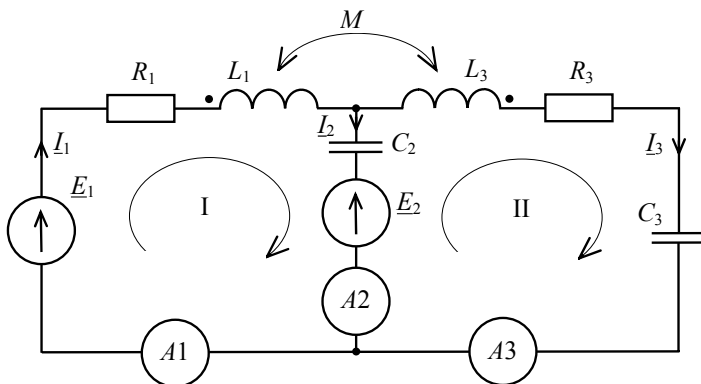
Sprendimas

1. Pirmiausia laisvai parenkamos ir pažymimos grandinės šakų srovių kryptys (2.34 pav.). Ričių jungimo būdas priešinis, todėl srovės vienavardžių gnybtų atžvilgiu yra orientuotos skirtingai. Ši grandinė yra sudėtinga, todėl ją skaičiuoti galima Kirchhofo lygčių metodu arba kontūrų srovių metodu. Mazgų potencialų metodo tiesiogiai taikyti negalima, nes srovė atskiroje šakoje su abipusiu induktyvumu priklauso ne tik nuo tos šakos įtampos ir elementų parametrų, bet ir nuo kitų, su šia šaka magnetiniu ryšiu susietų, šakų srovių.

Jei grandinei skaičiuoti pasirenkamas Kirchhofo lygčių metodas, tuomet reikia sudaryti ir spręsti trijų lygčių sistemą. Rašant lygtis pagal II Kirchhofo dėsnį, įtampos kritimo abipusiame induktyvume ženklas priklauso nuo srovės orientacijos vienavardžių gnybtų atžvilgiu bei kontūro apėjimo krypties. Kai srovės vienavardžių gnybtų atžvilgiu orientuotos vienodai, įtampos kritimo induktyvume ir abipusiame induktyvume ženklai vienodi, o kai srovės orientuotos skirtingai – ženklai skirtingi.

Lygčių sistema pagal Kirchhofo dėsnius:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0; \\ \underline{I}_1(R_1 + jX_{L1}) + \underline{I}_2(-jX_{C2}) - \underline{I}_3j\omega M = \underline{E}_1 - \underline{E}_2; \\ -\underline{I}_1j\omega M - \underline{I}_2(-jX_{C2}) + \underline{I}_3(R_3 + j(X_{L3} - X_{C3})) = \underline{E}_2. \end{cases}$$



2.34 pav. Skaičiavimo grandinė pažymėjus vienavardžius gnybtus, laisvai parinkus šakų srovių kryptis ir kontūrų apėjimo kryptis

Tai trijų lygčių sistema su kompleksiniais skaičiais. Ją patogiau spręsti kompiuteriu, naudojant programų paketą *Mathcad*.

$$Z := \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R1 + XL1 \cdot i & -(XC2 \cdot i) & -\omega M \cdot i \\ -\omega M \cdot i & XC2 \cdot i & R3 + (XL3 - XC3) \cdot i \end{bmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 0 \\ E1 - E2 \\ E2 \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 50 + 40i & -25i & -5i \\ -5i & 25i & 80 - 20i \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 86 \end{pmatrix}$$

$$I := \text{Isolve}(Z, E) \quad I = \begin{pmatrix} 0.304 - 0.4i \\ -0.47 - 0.759i \\ 0.773 + 0.359i \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{llll}
\underline{I}_1 := I_0 & I_1 = 0.304 - 0.4i & |I_1| = 0.502 & \arg(I_1) = -53^\circ \text{deg} \\
\underline{I}_2 := I_1 & I_2 = -0.47 - 0.759i & |I_2| = 0.893 & \arg(I_2) = -122^\circ \text{deg} \\
\underline{I}_3 := I_2 & I_3 = 0.773 + 0.359i & |I_3| = 0.852 & \arg(I_3) = 25^\circ \text{deg}
\end{array}$$

Taigi, išsprendę kompiuteriu šią lygčių sistemą, gauname:

$$\underline{I}_1 = 0,304 - j0,4 = 0,502e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = -0,471 - j0,759 = 0,893e^{-j122^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = 0,773 + j0,359 = 0,852e^{j25^\circ} \text{ A}.$$

Patikrinimas pagal I Kirchhofo dėsni:

$$\begin{aligned}
\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 &= 0,304 - j0,4 - (-0,47 - j0,759) - \\
&\quad (0,773 + j0,359) = 0 \text{ A}.
\end{aligned}$$

Grandinę su abipusiu induktyvumu (2.34 pav.) galima pakeisti ekvivalentine grandine be abipusio induktyvumo. Tam reikia lygčių sistemoje pagal Kirchhofo dėsnius iš pirmos lygties išreikšti $\underline{I}_3$ ir įrašyti į antrą lygtį (I kontūrai):

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1(R_1 + jX_{L1}) + \underline{I}_2(-jX_{C2}) - (\underline{I}_1 - \underline{I}_2)j\omega M = \underline{E}_1 - \underline{E}_2$$

bei išreikšti $\underline{I}_1$ ir įrašyti į trečią lygtį (II kontūrai):

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3;$$

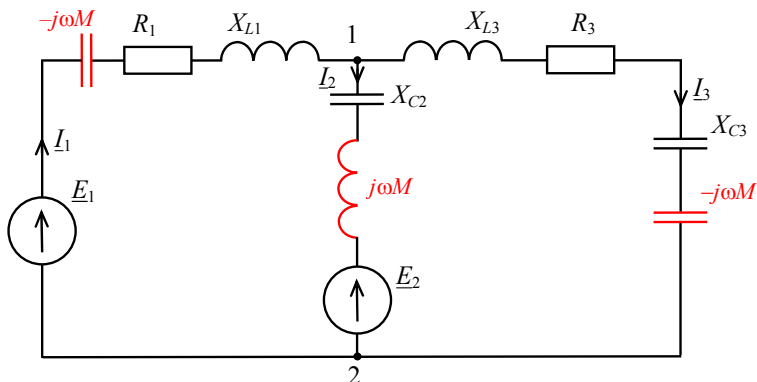
$$-(\underline{I}_2 + \underline{I}_3)j\omega M - \underline{I}_2(-jX_{C2}) + \underline{I}_3(R_3 + j(X_{L3} - X_{C3})) = \underline{E}_2.$$

Įrašę į lygčių sistemą ir sutvarkę gauname:

$$\begin{cases}
\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0; \\
\underline{I}_1(R_1 + jX_{L1} - j\omega M) + \underline{I}_2(-jX_{C2} + j\omega M) = \underline{E}_1 - \underline{E}_2; \\
-\underline{I}_2(-jX_{C2} + j\omega M) + \underline{I}_3(R_3 + j(X_{L3} - X_{C3} - j\omega M)) = \underline{E}_2.
\end{cases}$$

Pagal gautą lygčių sistemą galima nubraižyti grandinės ekvivalentinę schemą, kurioje nebėra abipusio induktyvumo, bet yra papildomos varžos: pirmoje šakoje varža $-j\omega M$ (talpa), antroje šakoje

varža $j\omega M$ (induktyvumas) ir trečioje šakoje varža $-j\omega M$ (talpa). Gautoji grandinės ekvivalentinė schema pateikta 2.35 pav.



2.35 pav. Skaičiavimo grandinės ekvivalentinė schema

Gautai grandinei (2.35 pav.) skaičiuoti jau galima tiesiogiai taikyti visus grandinių analizės metodus.

Kadangi grandinėje yra du mazgai (1 ir 2), tai šią grandinę patogiau skaičiuoti mazgų potencialų metodu. Mazgų potencialai $\underline{V}_1$ ir $\underline{V}_2$. Prilyginus nuliui, pvz., antrojo mazgo potencialą, $\underline{V}_2 = 0$, lieka tik vienas nežinomas pirmojo mazgo potencialas $\underline{V}_1$. Jam skaičiuoti tereikia vienos lygties

$$\underline{V}_1 \underline{Y}_{11} = \underline{J}_{M1};$$

čia $\underline{Y}_{11}$ – pirmojo mazgo laidis; $\underline{J}_{M1} = \sum_{(1)} \underline{E} \cdot \underline{Y}$ – prie pirmojo maz-

go prijungtų EV šaltinių elektrovarų ir tų šakų laidžių sandaugų algebrinė suma.

Grandinės šakų kompleksinės varžos:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j(X_{L1} - \omega M) = 50 + j(40 - 5) = 50 + j35 = 61e^{j35^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Z}_2 = j(\omega M - X_{C2}) = j(5 - 25) = -j20 = 20e^{-j90^\circ} \Omega;$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j(X_{L3} - X_{C3} - \omega M) = 80 + j(30 - 50 - 5) = 80 - j25 = 83,8e^{-j17^\circ} \Omega.$$

Tada

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{61e^{j35^\circ}} + \frac{1}{20e^{-j90^\circ}} + \frac{1}{83,8e^{-j17^\circ}} =$$

$$0,0248 + j0,0442 = 0,0507e^{j60,7^\circ} \text{ S};$$

$$\underline{J}_{M1} = \underline{E}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_1} + \underline{E}_2 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_2} = 100e^{0^\circ} \cdot \frac{1}{61e^{j35^\circ}} + 86e^{j0^\circ} \cdot \frac{1}{20e^{-j90^\circ}} =$$

$$1,34 + j3,36 = 3,62e^{j68,2^\circ} \text{ A}.$$

1-ojo mazgo potencialas:

$$\underline{V}_1 = \frac{\underline{J}_{M1}}{\underline{Y}_{11}} = \frac{3,62e^{j68,2^\circ}}{0,0507e^{j60,7^\circ}} = 71,4e^{j7,5^\circ} = 70,8 + j9,39 \text{ V}.$$

Šakų srovių kompleksai pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_1 + \underline{E}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{0 - (70,8 + j9,39) + 100}{61e^{j35^\circ}} = 0,502e^{-j53^\circ} =$$

$$0,304 - j0,4 \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2 - \underline{E}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{70,8 + j9,39 - 86}{20e^{-j90^\circ}} = 0,893e^{-j122^\circ} =$$

$$-0,47 - j0,759 \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2}{\underline{Z}_3} = \frac{70,8 + j9,39 - 0}{83,8e^{-j17^\circ}} = 0,852e^{j25^\circ} =$$

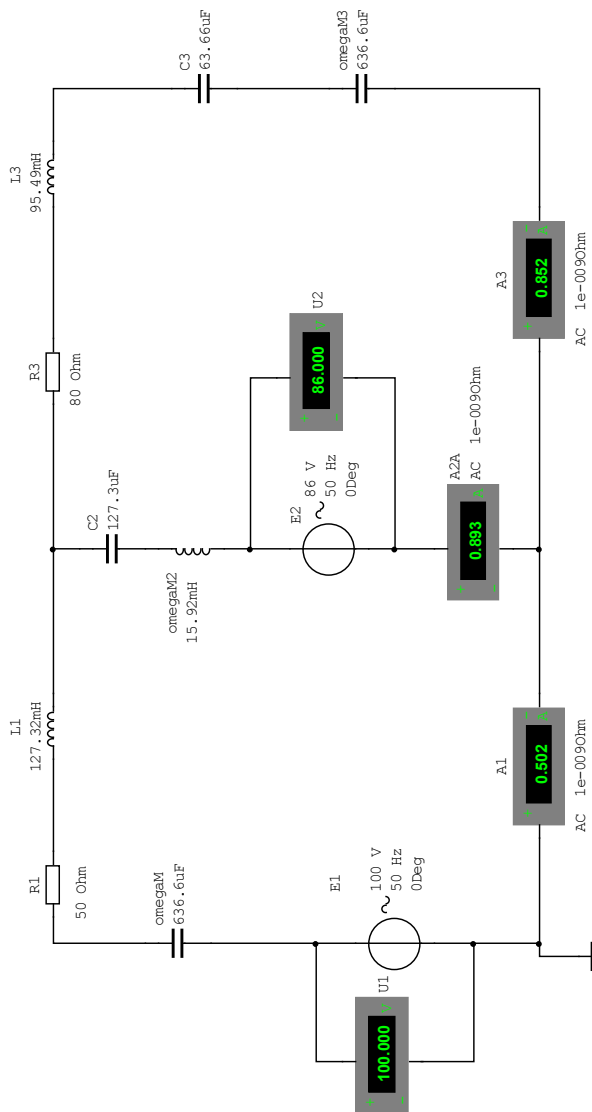
$$0,773 + j0,359 \text{ A}.$$

2. Prietaisai sugraduoti efektinių verčių moduliais. Todėl ampermetrų rodmenys: $I_1 = 0,502 \text{ A}$, $I_2 = 0,893 \text{ A}$, $I_3 = 0,852 \text{ A}$.

Atsakymas:

1. $\underline{I}_1 = 0,304 - j0,4 = 0,502e^{-j53^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_2 = -0,47 - j0,759 = 0,893e^{-j122^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_3 = 0,773 + j0,359 = 0,852e^{j25^\circ} \text{ A}$.
2. $I_1 = 0,502 \text{ A}$; $I_2 = 0,893 \text{ A}$; $I_3 = 0,852 \text{ A}$.

2.36 pav. pateiktas 2.35 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje.



2.36 pav. 2.35 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje

3. TRIFAZIŲ GRANDINIŲ ANALIZĖ

3.1. Žvaigžde sujungtos trifazės grandinės analizė

3.1.1. Žvaigžde sujungtos simetrinės trifazės grandinės analizė

Rasti 3.1 pav. pateiktos trifazės grandinės:

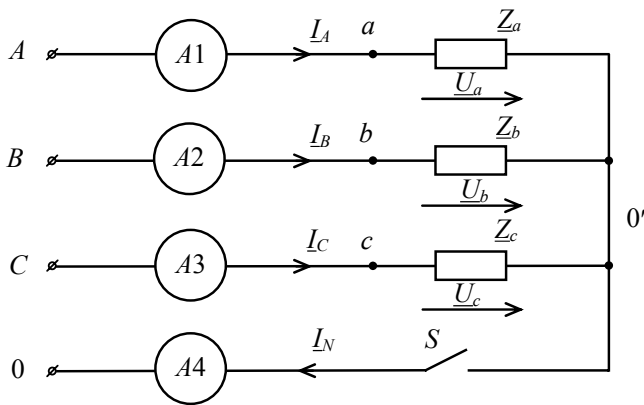
1. $\underline{I}_A$; $\underline{I}_B$; $\underline{I}_C$; $\underline{I}_N$; $\underline{U}_a$; $\underline{U}_b$; $\underline{U}_c$; $\underline{U}_N$, kai trifazis simetrinis imtuvas ($\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}$) sujungtas žvaigžde. Šaltinis simetrinis, jo fazinė įtampa U_f .

2. Ampermetrų rodmenis.

3. P , Q , S .

4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą, parodant visų elementų įtampas.

3.1 pav. grandinės elementų parametrai pateikti 3.1 lentelėje.



3.1 pav. Žvaigžde sujungtos trifazės grandinės schema

3.1 lentelė. 3.1 pav. grandinės elementų parametrai

Var. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
U_f , V	200	175	150	125	100	75	50	30
$\underline{Z}$, Ω	$120 + j160$	100	$-j100$	$50 - j100$	$j200$	$60 + j80$	$160 - j120$	$-j30$

Pavyzdys

3.1 pav. grandinės $U_f = 100 \text{ V}$; $\underline{Z} = 30 - j40 \, \Omega$.

Rasti:

1. $\underline{I}_A$; $\underline{I}_B$; $\underline{I}_C$; $\underline{I}_N$; $\underline{U}_a$; $\underline{U}_b$; $\underline{U}_c$; $\underline{U}_N$.

2. Ampermetrų rodmenis.

3. P , Q , S .

4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą, parodant visų elementų įtampas.

Sprendimas

1. Jei trifazis imtuvas simetrinis, tai pakanka apskaičiuoti tik vienos fazės dydžius, nes simetrinėje trifazėje grandinėje visų fazių srovės ir įtampos yra vienodo dydžio, tik jų fazės skiriasi 120° . Simetrinėje grandinėje nuliniu laidu srovė neteka ($\underline{I}_N = 0$), šis laidas grandinės režimui jokios įtakos neturi.

Jei žinomas fazinės įtampos dydis U_f , tai simetrinio trifazio šaltinio fazinių įtampų kompleksai:

$$\underline{U}_A = U_f e^{j0^\circ} = 100 e^{j0^\circ} \text{ V}; \quad \underline{U}_B = \underline{a}^2 \underline{U}_A = 100 e^{-j120^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_C = \underline{a} \underline{U}_A = 100 e^{j120^\circ} \text{ V};$$

čia $\underline{a} = e^{j120^\circ}$ – fazės daugiklis, $\underline{a}^2 = e^{-j120^\circ}$.

Neatsižvelgiant į tai, ar nulinis laidas yra, ar ne, mazgų 0 ir 0' potencialai yra vienodi, nulinė įtampa $\underline{U}_N = \underline{U}_{0'} - \underline{U}_0 = 0 \text{ V}$. Tada šaltinio ir imtuvo atitinkamų fazių įtampos yra vienodos: $\underline{U}_a = \underline{U}_A$, $\underline{U}_b = \underline{U}_B$, $\underline{U}_c = \underline{U}_C$.

Fazės A srovė apskaičiuojama pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{100 e^{j0^\circ}}{30 - j40} = \frac{100 e^{j0^\circ}}{50 e^{-j53^\circ}} = 2 e^{j53^\circ} = 1,2 + j1,6 \text{ A}.$$

Kitos srovės:

$$\underline{I}_B = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 2 e^{j53^\circ} = 2 e^{-j67^\circ} = 0,786 - j1,84 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{a} \cdot \underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 2 e^{j53^\circ} = 2 e^{j173^\circ} = -1,986 + j0,24 \text{ A}.$$

2. Ampermetrų rodmenys: $I_A = I_B = I_C = 2 \text{ A}$; $I_N = 0 \text{ A}$.

3. Aktyvioji galia

$$P_R = 3P_f = 3I_A^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_a) = 3 \cdot 2^2 \cdot 30 = 360 \text{ W};$$

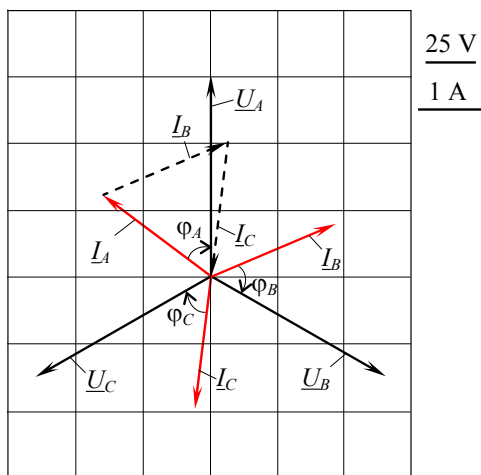
reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = 3Q_f = 3I_A^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_a) = 3 \cdot 2^2 \cdot (-40) = -480 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = 3\underline{S}_f = 3I_A^2 \underline{Z}_a = 3 \cdot 2^2 \cdot 50e^{-j53^\circ} = 600e^{-j53^\circ} = 360 - j480 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.2 pav.



3.2 pav. Vektorių diagrama simetrinės apkrovos atveju

Atsakymas:

$$1. \underline{I}_A = 1,2 + j1,6 = 2e^{j53^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = 0,786 - j1,84 = 2e^{-j67^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_C = -1,99 + j0,24 = 2e^{j173^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_A = 2 \text{ A}; I_2 = I_B = 2 \text{ A}; I_3 = I_C = 2 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$$

$$3. P = 360 \text{ W}; Q = -480 \text{ var}; \underline{S} = 600e^{-j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

3.1.2. Žvaigžde sujungtos nesimetrinės trifazės grandinės analizė

Rasti 3.1 pav. pateiktos trifazės grandinės:

1. $\underline{I}_A; \underline{I}_B; \underline{I}_C; \underline{I}_N; \underline{U}_a; \underline{U}_b; \underline{U}_c; \underline{U}_N$ kai imtuvas nesimetrinis ir:
 - a) nulinis laidas įjungtas;
 - b) nulinis laidas išjungtas;
 - c) nutrūkęs vienas linijinis laidas ($\underline{Z}_c = \infty$), nulinis laidas įjungtas;
 - d) nutrūkęs vienas linijinis laidas ($\underline{Z}_c = \infty$), nulinis laidas išjungtas;
 2. Ampermetrų rodmenis visiems atvejams.
 3. P, Q, S visiems atvejams.
 4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramas visiems atvejams, parodant visų elementų įtampas.
- 3.1 pav. grandinės elementų parametrai pateikti 3.2 lentelėje.

3.2 lentelė. 3.1 pav. grandinės elementų parametrai

Var. Nr.	Šaltinis simetrinis, $\underline{U}_f, \text{V}$	$\underline{Z}_a, \Omega$	$\underline{Z}_b, \Omega$	$\underline{Z}_c, \Omega$
1	200	200	$160 - j120$	$60 + j80$
2	175	$80 - j120$	$-j175$	$100 + j150$
3	150	$70,7 + j70,7$	150	$150 - j100$
4	125	$j125$	$75 + j50$	250
5	100	$80 + j60$	75	$70,7 - j70,7$
6	75	100	$50 - j50$	$j75$
7	50	$25 + j25$	50	$j75$
8	30	60	$25 + j40$	$30 - j60$

Pavyzdys

3.1 pav. grandinės

$$\underline{U}_f = 100 \text{ V}; \underline{Z}_a = 50 + j50 \Omega; \underline{Z}_b = 50 \Omega; \underline{Z}_c = -j80 \Omega.$$

Sprendimas

1. a. Kai nulinis laidas įjungtas ir jo varža lygi nuliui ($\underline{Z} = 0$), šaltinio ir imtuvo atitinkamų fazių fazinės įtampos yra vienodos:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A = \underline{U}_f e^{j0^\circ} = 100 e^{j0^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B = U_f e^{-j120^\circ} = 100 e^{-j120^\circ} = -50 - j86,6 \text{ V};$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C = U_f e^{j120^\circ} = 100 e^{j120^\circ} = -50 + j86,6 \text{ V}.$$

Grandinėje tekančių srovių kompleksai apskaičiuojami pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{100}{50 + j50} = \frac{100}{70,7 e^{j45^\circ}} = 1,41 e^{-j45^\circ} = 1 - j \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_b} = \frac{100 e^{-j120^\circ}}{50} = 2 e^{-j120^\circ} = -1 - j1,73 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_c} = \frac{100 e^{j120^\circ}}{-j80} = \frac{100 e^{j120^\circ}}{80 e^{-j90^\circ}} = 1,25 e^{j210^\circ} = 1,25 e^{-j150^\circ} = -1,08 - j0,625 \text{ A}.$$

Nulinio laido srovė pagal I Kirchhofo dėsnį

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 1 - j + (-1 - j1,73) + (-1,08 - j0,625) = -1,08 - j3,36 = 3,53 e^{-j108^\circ} \text{ A}.$$

2. Ampermetrų rodmenys: $I_A = 1,41 \text{ A}$; $I_B = 2 \text{ A}$; $I_C = 1,25 \text{ A}$;
 $I_N = 3,53 \text{ A}$.

3. Aktyvioji galia

$$P_R = P_A + P_B + P_C = I_A^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_a) + I_B^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_b) + I_C^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_c) = 1,41^2 \cdot 50 + 2^2 \cdot 50 + 1,25^2 \cdot 0 = 300 \text{ W};$$

reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = Q_A + Q_B + Q_C = I_A^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_a) + I_B^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_b) + I_C^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_c) = 1,41^2 \cdot 50 + 2^2 \cdot 0 + 1,25^2 \cdot (-80) = -25 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = 100 \cdot 1,41 e^{j45^\circ} + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 2 e^{j120^\circ} + 100 e^{j120^\circ} \cdot 1,25 e^{j150^\circ} = 300 - j25 = 301 e^{-j5^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.3 pav.

1. b. Kai nulinis laidas išjungtas, jo varža $\underline{Z} = \infty$, šaltinio ir imtuvo atitinkamų fazių įtampos yra nevienodos. Mazgų 0 ir 0' potencialai nevienodi $\underline{V}_0 \neq \underline{V}_{0'}$. Todėl pirmiausia reikia apskaičiuoti imtuvo fazines įtampas. Jos apskaičiuojamos pagal II Kirchhofo dėsni: $\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N$, $\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N$, $\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N$. Nulinė įtampa $\underline{U}_N = \underline{U}_{0'} - \underline{U}_0$ (įtampa tarp imtuvo ir šaltinio nulinių mazgų) apskaičiuojama taip:

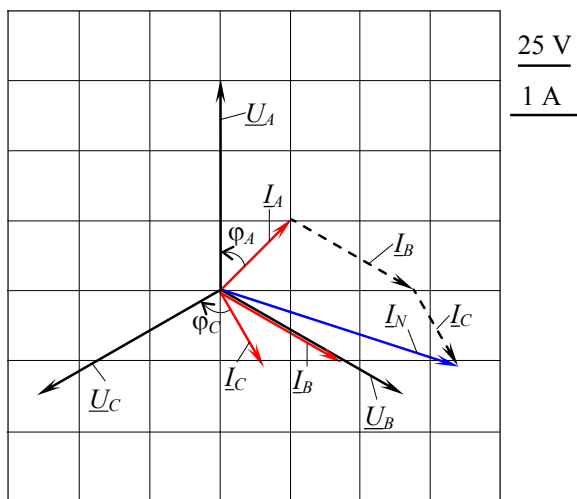
$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c};$$

čia

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a} = \frac{1}{50 + j50} = \frac{1}{70,7e^{j45^\circ}} = 0,0141e^{-j45^\circ} = 0,01 - j0,01 \text{ S};$$

$$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ S};$$

$$\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c} = \frac{1}{-j80} = \frac{1}{80e^{-j90^\circ}} = 0,0125e^{j90^\circ} = j0,0125 \text{ S}.$$



3.3 pav. Vektorių diagrama nesimetrinės apkrovos atveju, kai nulinis laidas įjungtas

Nulinė įtampa

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \frac{100 \cdot 0,0141 e^{-j45^\circ} + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 0,02 + 100 e^{j120^\circ} \cdot 0,0125 e^{j90^\circ}}{0,01 - j0,01 + 0,02 + j0,0125} =$$

$$117 e^{-j113^\circ} = -45,1 - j108 \text{ V.}$$

Imtuvo fazinės įtampos

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N = 100 - (-45,1 - j108) = 145 + j108 = 181 e^{j37^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N = (-50 - j86,6) - (-45,1 - j108) = -4,9 + j21,5 = 22,1 e^{j103^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N = (-50 + j86,6) - (-45,1 - j108) = -4,9 + j194,6 = 195 e^{j91^\circ} \text{ V.}$$

Tada srovių kompleksai

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{181 e^{j37^\circ}}{70,7 e^{j45^\circ}} = 2,56 e^{-j8^\circ} = 2,53 - j0,37 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{22,1 e^{j103^\circ}}{50} = 0,442 e^{j103^\circ} = -0,0981 + j0,431 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{195 e^{j91^\circ}}{80 e^{-j90^\circ}} = 2,43 e^{j181^\circ} = -2,43 - j0,0613 \text{ A}.$$

Patikrinimas:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 2,53 - j0,37 - 0,0981 + j0,431 - 2,43 - j0,0613 = 0.$$

2. Ampermetrų rodmenys:

$$I_A = 2,56 \text{ A}; I_B = 0,442 \text{ A}; I_C = 2,43 \text{ A}; I_N = 0 \text{ A.}$$

3. Aktyvioji galia

$$P_R = P_A + P_B + P_C = I_A^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_a) + I_B^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_b) + I_C^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_c) = 2,56^2 \cdot 50 + 0,442^2 \cdot 50 + 2,43^2 \cdot 0 = 337 \text{ W};$$

reaktyvioji galia

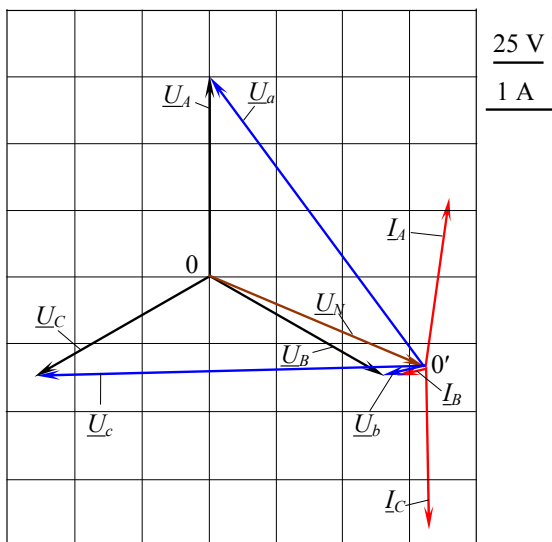
$$Q_{LC} = Q_A + Q_B + Q_C = I_A^2 \operatorname{Im}(Z_a) + I_B^2 \operatorname{Im}(Z_b) + I_C^2 \operatorname{Im}(Z_c) = 2,56^2 \cdot 50 + 0,442^2 \cdot 0 + 2,43^2 \cdot (-80) = -147 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \cdot \underline{I}_C^* = 100 \cdot 2,56e^{j8^\circ} + 100e^{-j120^\circ} \cdot$$

$$0,442e^{-j103^\circ} + 100e^{j120^\circ} \cdot 2,43e^{-j181^\circ} = 337 - j147 = 368e^{-j24^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.4 pav.



3.4 pav. Vektorių diagrama nesimetrinės apkrovos atveju, kai nulinis laidas išjungtas

1. c. Jei nutrūkęs vienas linijinis laidas ($Z_c = \infty$), tai $I_C = 0 \text{ A}$. Nulinis laidas įjungtas ir jo varža lygi nuliui ($Z = 0$), šaltinio ir imtuvo atitinkamų fazių įtampos yra vienodos: $\underline{U}_a = \underline{U}_A$; $\underline{U}_b = \underline{U}_B$.

Grandinėje tekančių srovių kompleksai

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{100}{50 + j50} = \frac{100}{70,7e^{j45^\circ}} = 1,41e^{-j45^\circ} = 1 - j \text{ A};$$

$$I_B = \frac{U_b}{Z_b} = \frac{U_B}{Z_b} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{50} = 2e^{-j120^\circ} = -1 - j1,73 \text{ A}.$$

Nulinio laido srovė pagal I Kirchhofo dėsnį

$$I_N = I_A + I_B = 1 - j + (-1 - j1,73) = -j2,73 = 2,73e^{-j90^\circ} \text{ A}.$$

2. Ampermetrų rodmenys: $I_A = 1,41 \text{ A}$; $I_B = 2 \text{ A}$; $I_N = 2,73 \text{ A}$.

3. Aktyvioji galia

$$P_R = P_A + P_B = I_A^2 \operatorname{Re}(Z_a) + I_B^2 \operatorname{Re}(Z_b) = 1,41^2 \cdot 50 + 2^2 \cdot 50 = 300 \text{ W};$$

reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = Q_A + Q_B = I_A^2 \operatorname{Im}(Z_a) + I_B^2 \operatorname{Im}(Z_b) =$$

$$1,41^2 \cdot 50 + 2^2 \cdot 0 = 100 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* = 100 \cdot 1,41e^{j45^\circ} + 100e^{-j120^\circ}.$$

$$2e^{j120^\circ} = 300 + j100 = 316e^{j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.5 pav.

1. *d.* Jei nutrūkės vienas linijinis laidas ($Z_c = \infty$) ir nulinis laidas išjungtas, tai $I_C = 0 \text{ A}$ ir $I_N = 0 \text{ A}$. Šaltinio ir imtuvo atitinkamų fazių įtamos yra nevienodos. Mazgų 0 ir 0' potencialai nevienodi $V_0 \neq V_{0'}$. Todėl pirmiausia reikia apskaičiuoti imtuvo fazinės įtampas: $\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N$, $\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N$. Nulinė įtampa $\underline{U}_N = \underline{U}_{0'} - \underline{U}_0$.

Nulinė įtampa

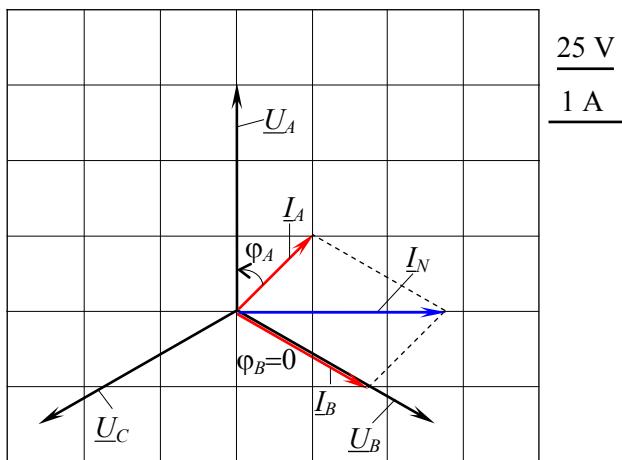
$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b} = \frac{100 \cdot 0,0141e^{-j45^\circ} + 100e^{-j120^\circ} \cdot 0,02}{0,01 - j0,01 + 0,02} =$$

$$86,4e^{-j72^\circ} = 27,3 - j82 \text{ V}.$$

Imtuvo fazinės įtamos

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N = 100 - (27,3 - j82) = 72,7 + j82 = 110e^{j48^\circ} \text{ V} ;$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N = (-50 - j86,6) - (27,3 - j82) = -77,3 - j4,64 = 77,5e^{-j177^\circ} \text{ V}.$$



3.5 pav. Vektorių diagrama nesimetrinės apkrovos atveju, kai nutrūkęs vienas linijinis laidas ir įjungtas nulinis laidas

Tada srovių kompleksai

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{110e^{j48^\circ}}{70,7e^{j45^\circ}} = 1,55e^{j3^\circ} = 1,55 + j0,093 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{77,5e^{-j177^\circ}}{50} = 1,55e^{-j177^\circ} = -1,55 - j0,093 \text{ A}.$$

Gavome, kad $\underline{I}_A = -\underline{I}_B$.

2. Ampermetrų rodmenys: $I_A = 1,55 \text{ A}; I_B = 1,55 \text{ A}.$

3. Aktyvioji galia

$$P_R = P_A + P_B = I_A^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_a) + I_B^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_b) =$$

$$1,55^2 \cdot 50 + 1,55^2 \cdot 50 = 240 \text{ W};$$

reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = Q_A + Q_B = I_A^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_a) + I_B^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_b) =$$

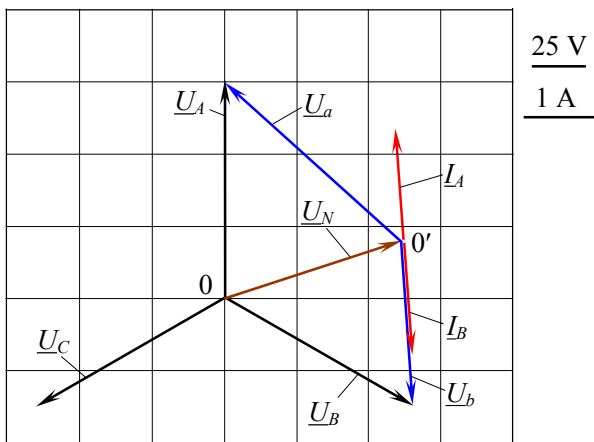
$$1,55^2 \cdot 50 + 1,55^2 \cdot 0 = 120 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B^* = 100 \cdot 1,55e^{-j3^\circ} + 100e^{-j120^\circ} \cdot 1,55e^{j177^\circ} =$$

$$240 + j120 = 268e^{j27^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.6 pav.



3.6 pav. Vektorių diagrama nesimetrinės apkrovos atveju, kai nutrūkęs vienas linijinis laidas ir nulinis laidas išjungtas

Atsakymas:

1.a. $\underline{I}_A = 1 - j = 1,41e^{-j45^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -1 - j1,73 = 2e^{-j120^\circ}$ A; $\underline{I}_C = -1,08 - j0,625 = 1,25e^{-j150^\circ}$ A; $\underline{I}_N = -1,08 - j3,36 = 3,53e^{-j108^\circ}$ A.

$P = 300$ W; $Q = -25$ var; $\underline{S} = 301e^{-j5^\circ}$ V · A.

1.b. $\underline{I}_A = 2,53 - j0,37 = 2,56e^{-j8^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,0981 + j0,431 = 0,442e^{j103^\circ}$ A; $\underline{I}_C = -2,43 - j0,0613 = 2,43e^{j181^\circ}$ A.

$\underline{U}_a = 145 + j108 = 181e^{j37^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -4,9 + j21,5 = 22,1e^{j103^\circ}$ V;

$\underline{U}_c = -4,9 + j194,6 = 195e^{j91^\circ}$ V; $\underline{U}_N = -45,1 - j108 = 117e^{-j113^\circ}$ V.

$P = 337$ W; $Q = -147$ var; $\underline{S} = 368e^{-j24^\circ}$ V · A.

1.c. $\underline{I}_A = 1 - j = 1,41e^{-j45^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -1 - j1,73 = 2e^{-j120^\circ}$ A;

$\underline{I}_N = -j2,73 = 2,73e^{-j90^\circ}$ A.

$P = 300$ W; $Q = 100$ var; $\underline{S} = 316e^{j18^\circ}$ V · A.

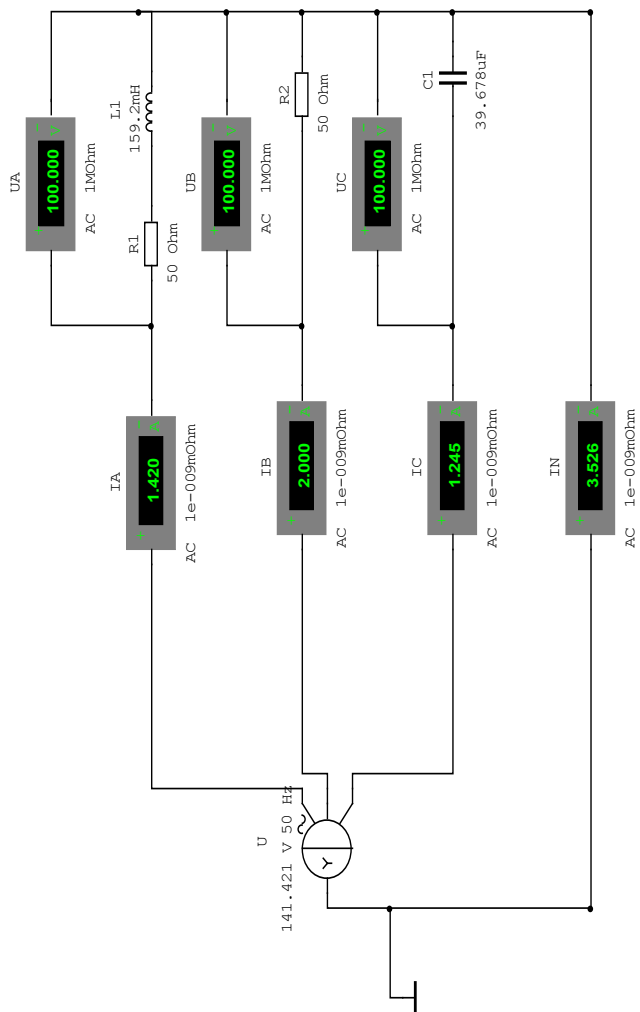
1.d. $\underline{I}_A = 1,55 + j0,093 = 1,55e^{j3^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -1,55 - j0,093 = 1,55e^{-j177^\circ}$ A.

$\underline{U}_a = 72,7 + j82 = 110e^{j48^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -77,3 - j4,64 = 77,5e^{-j177^\circ}$ V;

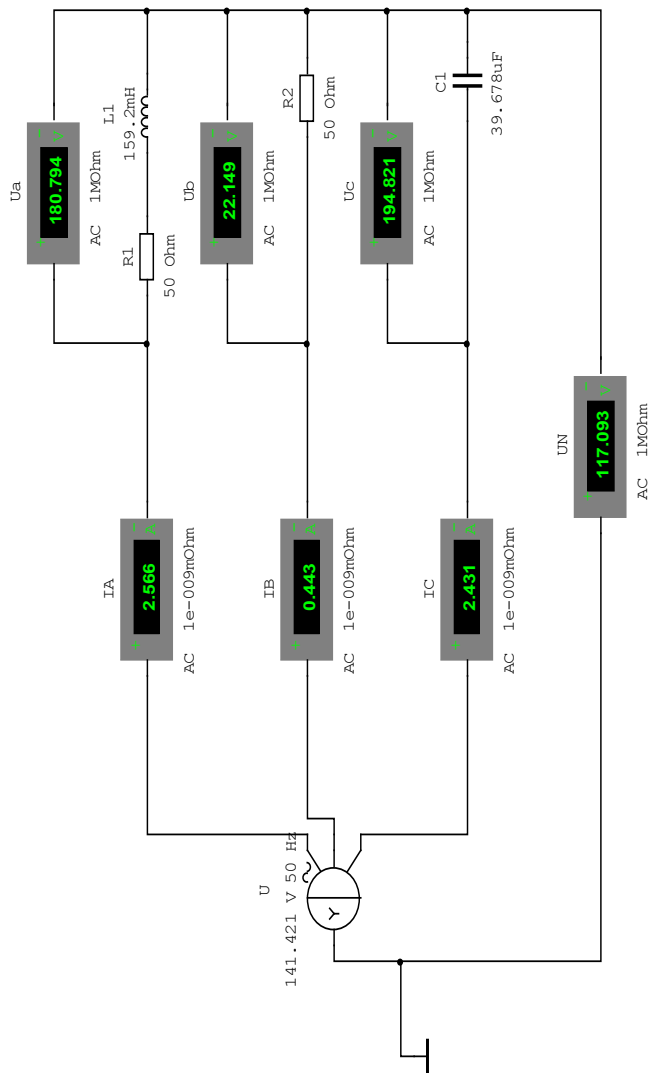
$\underline{U}_N = 27,3 - j82 = 86,4e^{-j72^\circ}$ V.

$P = 240$ W; $Q = 120$ var; $\underline{S} = 268e^{j27^\circ}$ V · A.

3.7 pav. pateiktas 3.1 pav. grandinės, kai apkrova nesimetrinė, nulinis laidas įjungtas, o 3.8 pav. – kai apkrova nesimetrinė, nulinis laidas išjungtas, modeliai *Multisim* aplinkoje.



3.7 pav. 3.1 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje (apkrova nesimetrinė, nulinis laidas įjungtas)



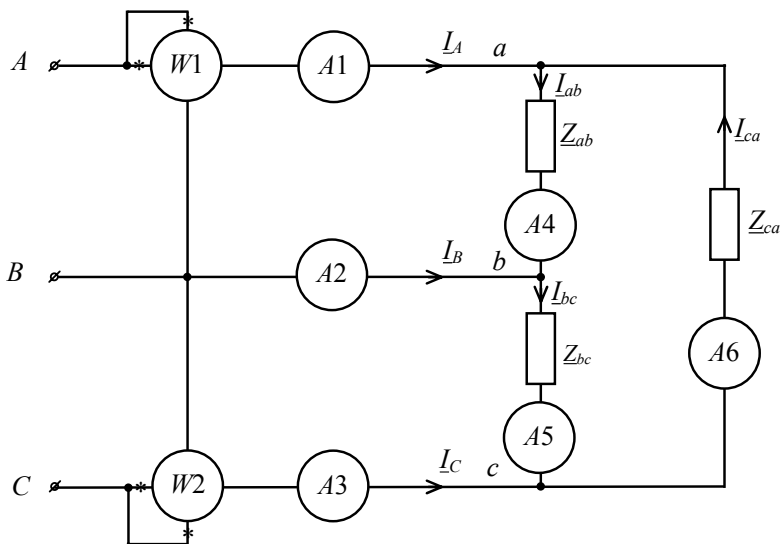
3.8 pav. 3.1 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje (apkrova nesimetrinė, nulinis laidas išjungtas)

3.2. Trikampiu sujungtos trifazės grandinės analizė

3.2.1. Trikampiu sujungtos simetrinės trifazės grandinės analizė

Rasti 3.8 pav. pateiktos trifazės grandinės:

1. Fazines ir linijines sroves, kai trifazis imtuvas simetrinis ($\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}$). Šaltinis simetrinis, jo linijinė įtampa U_r .
 2. Ampermetrų ir vatmetrų rodmenis.
 3. P , Q , S .
 4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą.
- 3.8 pav. grandinės elementų parametrai pateikti 3.3 lentelėje.



3.8 pav. Trikampiu sujungtos trifazės grandinės schema

3.3 lentelė. 3.8 pav. grandinės elementų parametrai

Var. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
U_p , V	300	275	250	225	200	175	150	125
$\underline{Z}$, Ω	$200 - j100$	$j100$	$-j250$	$80 + j140$	$-j100$	$80 + j80$	200	$100 - j25$

Pavyzdys

3.8 pav. grandinės $U_l = 400$ V; imtuvas simetrisinis
 $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z} = 100 + j300 \Omega$.

Rasti:

1. Fazines ir linijines srovės.
2. Ampermetrų ir vatmetrų rodmenis.
3. P , Q , S .
4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą.

Sprendimas

1. Jei trifazis imtuvas yra simetrisinis, tai pakanka apskaičiuoti tik vienos fazės dydžius. Simetrinėje trifazėje grandinėje visų fazių srovės ir įtampos yra vienodo dydžio, tik 120° skiriasi jų fazės.

Kai šaltinis simetrisinis, jo įtampos:

$$\underline{U}_{AB} = U_l e^{j0^\circ} = 400 e^{j0^\circ} \text{ V}; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{a}^2 \underline{U}_{AB} = 400 e^{-j120^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{a} \underline{U}_{AB} = 400 e^{j120^\circ} \text{ V}.$$

Bet kurią fazinę srovę galima apskaičiuoti pagal Omo dėsnį:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}} = \frac{400 e^{j0^\circ}}{100 + j300} = \frac{400 e^{j0^\circ}}{316 e^{j72^\circ}} = 1,26 e^{-j72^\circ} = 0,4 - j1,2 \text{ A}.$$

Tada kitos fazinės srovės

$$\underline{I}_{bc} = \underline{a}^2 \underline{I}_{ab} = 1,26 e^{j168^\circ} = -1,24 + j0,254 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = \underline{a} \underline{I}_{ab} = 1,26 e^{j48^\circ} = 0,839 + j0,946 \text{ A}.$$

Linijinės srovės

$$\underline{I}_A = \sqrt{3} \underline{I}_{ab} e^{-j30^\circ} = 2,19 e^{-j102^\circ} = -0,439 - j2,15 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{a}^2 \underline{I}_A = 2,19 e^{j138^\circ} = -1,64 + j1,45 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{a} \underline{I}_A = 2,19 e^{j18^\circ} = 2,08 + j0,693 \text{ A}.$$

Patikrinimas:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = -0,439 - j2,15 - 1,64 + j1,45 + 2,08 + j0,693 = 0 \text{ A}.$$

2. Ampermetrų rodmenys:

$$I_A = I_B = I_C = 2,19 \text{ A}; I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 1,26 \text{ A}.$$

Vatmetrų rodmenys:

$$P_{W1} = U_{AB} I_A \cos(\psi_{uAB} - \psi_{iA}) = 400 \cdot 2,19 \cdot \cos(0^\circ - (-102^\circ)) = -176 \text{ W};$$

$$P_{W2} = U_{CB} I_C \cos(\psi_{uCB} - \psi_{iC}) = 400 \cdot 2,19 \cdot$$

$$\cos((-120^\circ + 180^\circ) - (-102^\circ)) = 656 \text{ W}.$$

Abiejų vatmetrų galia

$$P_W = P_{W1} + P_{W2} = -176 + 656 = 480 \text{ W}.$$

3. Aktyvioji galia

$$P_R = 3P_f = 3I_{ab}^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_{ab}) = 3 \cdot 1,26^2 \cdot 100 = 480 \text{ W};$$

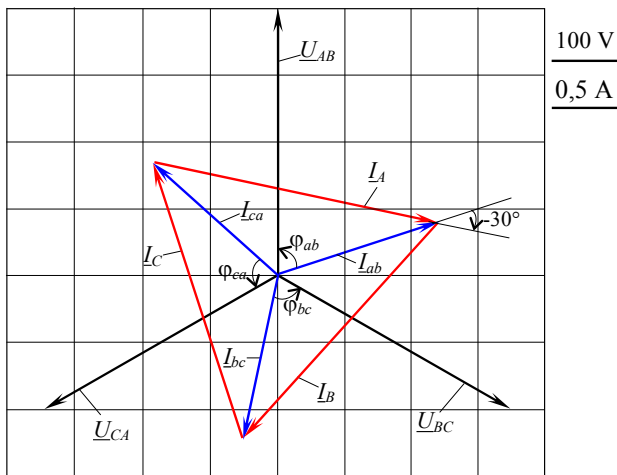
reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = 3Q_f = 3I_{ab}^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_{ab}) = 3 \cdot 1,26^2 \cdot 300 = 1440 \text{ var};$$

kompleksinė galia

$$\underline{S} = 3\underline{S}_f = 3I_{ab}^2 \underline{Z}_{ab} = 3 \cdot 1,26^2 \cdot 316e^{j72^\circ} = 1518e^{j72^\circ} = 480 + j1440 \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.9 pav.



3.9 pav. Vektorių diagrama simetrinės apkrovos atveju

Atsakymas:

- $I_{ab} = 0,4 - j1,2 = 1,26e^{-j72^\circ} \text{ A}; I_{bc} = -1,24 + j0,254 = 1,26e^{j168^\circ} \text{ A};$
 $I_{ca} = 0,839 + j0,946 = 1,26e^{j48^\circ} \text{ A}; I_A = -0,439 - j2,15 =$
 $2,19e^{-j102^\circ} \text{ A}; I_B = -1,64 + j1,45 = 2,19e^{j138^\circ} \text{ A}; I_C = 2,08 + j0,693$
 $= 2,19e^{j18^\circ} \text{ A}.$
- $I_1 = I_{ab} = 1,26 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,26 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,26 \text{ A};$
 $I_4 = I_A = 2,19 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,19 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,19 \text{ A};$
 $P_{w1} = -176 \text{ W}; P_{w2} = 656 \text{ W}.$
- $P = 480 \text{ W}; Q = 1440 \text{ var}; S = 1518e^{j72^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

3.2.2. Trikampiu sujungtos nesimetrinės trifazės grandinės analizė

Rasti 3.8 pav. pateiktos trifazės grandinės:

1. Fazinės ir linijinės srovės, kai trifazis imtuvas nesimetrinis.

Šaltinis simetris, jo linijinė įtampa U_p .

2. Ampermetrų ir vatmetrų rodmenis.

3. P, Q, S .

4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą.

- 3.8 pav. grandinės elementų parametrai pateikti 3.4 lentelėje.

3.4 lentelė. 3.8 pav. grandinės elementų parametrai

Var. Nr.	Šaltinis simetris, $U_p \text{ V}$	Z_{ab}, Ω	Z_{bc}, Ω	Z_{ca}, Ω
1	125	100	$25 - j45$	$30 + j60$
2	150	$25 + j25$	50	$j75$
3	175	100	$50 - j50$	$j175$
4	200	$80 + j100$	175	$70,7 - j70,7$
5	225	$j125$	$75 + j50$	250
6	250	$70,7 + j70,7$	150	$150 - j100$
7	275	$80 - j120$	$-j175$	$100 + j150$
8	300	200	$160 - j120$	$60 + j80$

Pavyzdys

3.8 pav. grandinės $U_l = 160 \text{ V}$; šaltinis simetris,

$Z_{ab} = 150 - j100 \Omega; Z_{bc} = 50 + j150 \Omega; Z_{ca} = 100 \Omega.$

Rasti:

1. Fazinės ir linijinės srovės.
2. Ampermetrų ir vatmetrų rodmenis.
3. P , Q , S .
4. Nubraižyti srovių ir įtampų vektorių diagramą.

Sprendimas

1. Kai šaltinis simetrinis, jo įtampos

$$\underline{U}_{AB} = U_l e^{j0^\circ} = 160 e^{j0^\circ} \text{ V}; \quad \underline{U}_{BC} = 160 e^{-j120^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_{CA} = 160 e^{j120^\circ} \text{ V}.$$

Jei linijos laidų varža lygi nuliui, imtuvo ir šaltinio įtampos yra lygios. Imtuvo fazinės srovės apskaičiuojamos pagal Omo dėsnį:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{160 e^{j0^\circ}}{150 - j100} = \frac{160 e^{j0^\circ}}{180 e^{-j34^\circ}} = 0,888 e^{j34^\circ} = 0,738 + j0,492 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{160 e^{-j120^\circ}}{50 + j150} = \frac{160 e^{-j120^\circ}}{158 e^{j72^\circ}} = 1,01 e^{-j192^\circ} = -0,991 + j0,203 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{160 e^{j120^\circ}}{100} = 1,6 e^{j120^\circ} = -0,8 + j1,39 \text{ A}.$$

Linijinės srovės apskaičiuojamos pagal I Kirchhofo dėsnį:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 0,738 + j0,492 - (-0,8 + j1,39) = 1,54 - j0,893 = 1,78 e^{-j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -0,991 + j0,203 - (0,738 + j0,492) = -1,73 - j0,289 = 1,75 e^{-j171^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = -0,8 + j1,39 - (-0,991 + j0,203) = 0,191 + j1,18 = 1,2 e^{j81^\circ} \text{ A}.$$

Patikrinimas:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 1,54 - j0,893 + (-1,73 - j0,289) + 0,191 + j1,18 = 0 \text{ A.}$$

2. Ampermetrų rodmenys:

$$I_1 = I_{ab} = 0,888 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,01 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,6 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 1,78 \text{ A}; I_5 = I_B = 1,75 \text{ A}; I_6 = I_C = 1,2 \text{ A};$$

Vatmetrų rodmenys:

$$P_{W1} = U_{AB} I_A \cos(\psi_{uAB} - \psi_{iA}) = 160 \cdot 1,78 \cdot \cos(0^\circ - (-30^\circ)) = 246 \text{ W};$$

$$P_{W2} = U_{CB} I_C \cos(\psi_{uCB} - \psi_{iC}) = 160 \cdot 1,2 \cdot \cos((-120^\circ + 180^\circ) - 81^\circ) = 179 \text{ W.}$$

Abiejų vatmetrų galia

$$P_W = P_{W1} + P_{W2} = 246 + 179 = 425 \text{ W}.$$

3. Aktyvioji galia

$$P_R = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = I_{ab}^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_{ab}) + I_{bc}^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_{bc}) + I_{ca}^2 \operatorname{Re}(\underline{Z}_{ca}) =$$

$$0,888^2 \cdot 150 + 1,01^2 \cdot 50 + 1,6^2 \cdot 100 = 425 \text{ W};$$

reaktyvioji galia

$$Q_{LC} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = I_{ab}^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_{ab}) + I_{bc}^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_{bc}) + I_{ca}^2 \operatorname{Im}(\underline{Z}_{ca}) =$$

$$0,888^2 \cdot (-100) + 1,01^2 \cdot 150 + 1,6^2 \cdot 0 = 74,8 \text{ var};$$

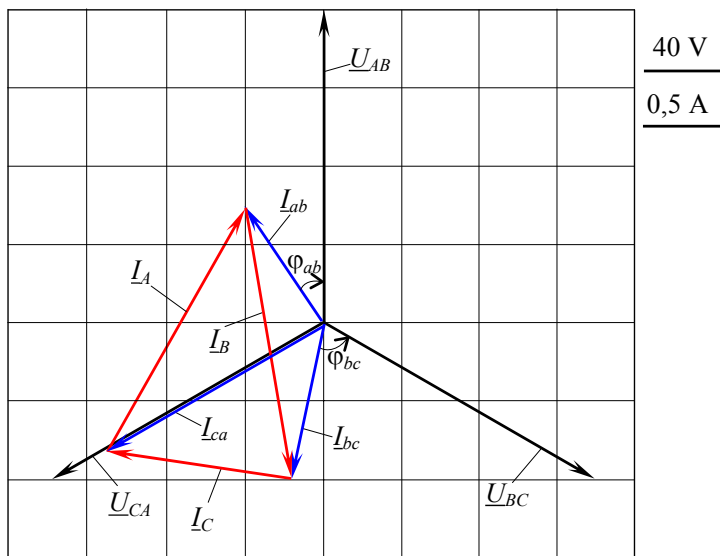
kompleksinė galia

$$\underline{S} = \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = \underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_{ab}^* + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_{bc}^* + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{I}_{ca}^* =$$

$$160 \cdot 0,888 e^{-j34^\circ} + 160 e^{-j120^\circ} \cdot 1,01 e^{-j168^\circ} + 160 e^{j120^\circ} \cdot 1,6 e^{-j120^\circ} =$$

$$425 + j74,8 = 432 e^{j10^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

4. Vektorių diagrama pateikta 3.10 pav.

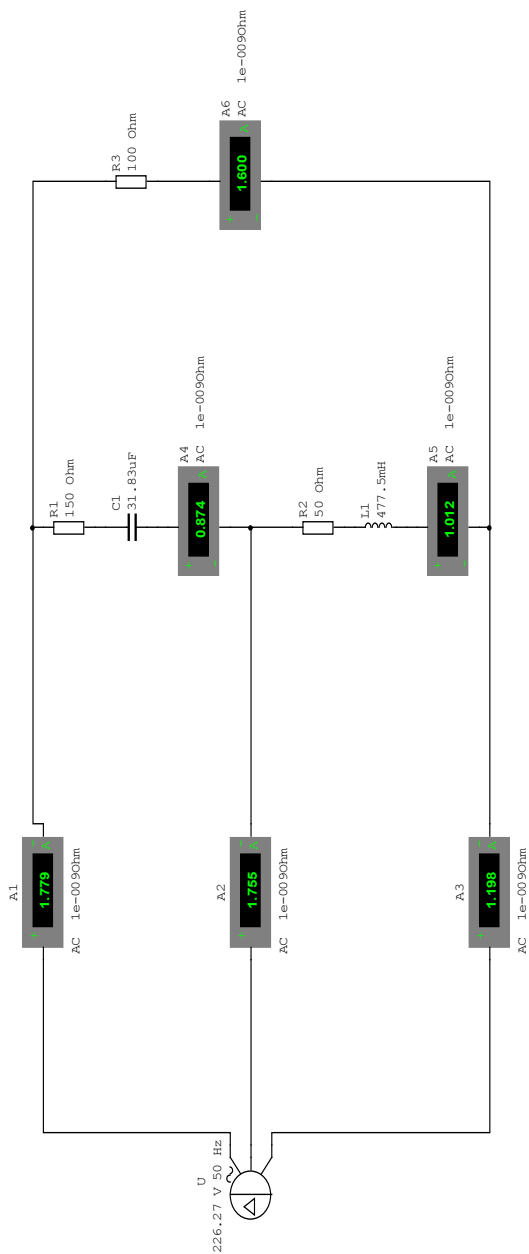


3.10 pav. Vektorių diagrama nesimetrinės apkrovos atveju

Atsakymas:

1. $\underline{I}_{ab} = 0,738 + j0,492 = 0,888e^{j34^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_{bc} = -0,991 + j0,203 = 1,01e^{j192^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_{ca} = -0,8 + j1,39 = 1,6e^{j120^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_A = 1,54 - j0,893 = 1,78e^{-j30^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = -1,73 - j0,289 = 1,75e^{-j171^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_C = 0,191 + j1,18 = 1,2e^{j81^\circ} \text{ A}$.
2. $I_1 = I_{ab} = 0,888 \text{ A}$; $I_2 = I_{bc} = 1,01 \text{ A}$; $I_3 = I_{ca} = 1,6 \text{ A}$; $I_4 = I_A = 1,78 \text{ A}$; $I_5 = I_B = 1,75 \text{ A}$; $I_6 = I_C = 1,2 \text{ A}$; $P_{W1} = 246 \text{ W}$; $P_{W2} = 179 \text{ W}$.
3. $P = 425 \text{ W}$; $Q = 74,8 \text{ var}$; $\underline{S} = 432e^{j10^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

3.11 pav. pateiktas 3.8 pav. grandinės, kai apkrova nesimetrinė, modelis *Multisim* aplinkoje.



3.11 pav. 3.8 pav. grandinės modelis *Multisim* aplinkoje (apkrova nesimetrinė)

UŽDAVINIŲ ATSAKYMAI

1.1.

1.1. $R_a = 4 \, \Omega$; $I_E = 6 \, \text{A}$; $I_{14} = 3 \, \text{A}$; $I_{25} = 2 \, \text{A}$; $I_3 = 1 \, \text{A}$; $I_{67} = 3 \, \text{A}$;
 $U_{ab} = -16 \, \text{V}$.

1.2. $R_a = 4,12 \, \Omega$; $I_E = 2,91 \, \text{A}$; $I_{17} = 1,14 \, \text{A}$; $I_2 = 0,571 \, \text{A}$;
 $I_{35} = 1,2 \, \text{A}$; $I_{46} = 1,71 \, \text{A}$; $U_{ab} = 2,06 \, \text{V}$.

1.3. $R_a = 20 \, \Omega$; $I_E = 1,8 \, \text{A}$; $I_1 = 0,9 \, \text{A}$; $I_2 = 0,9 \, \text{A}$; $I_3 = 0,6 \, \text{A}$;
 $I_4 = 0,6 \, \text{A}$; $I_5 = 1,2 \, \text{A}$; $I_{67} = 0,6 \, \text{A}$; $U_{ab} = 28,8 \, \text{V}$.

1.4. $R_a = 20 \, \Omega$; $I_E = 6 \, \text{A}$; $I_{16} = 1 \, \text{A}$; $I_2 = 3 \, \text{A}$; $I_{357} = 2 \, \text{A}$; $I_4 = 3 \, \text{A}$;
 $U_{ab} = -80 \, \text{V}$.

1.5. $R_a = 20,6 \, \Omega$; $I_E = 2,91 \, \text{A}$; $I_{16} = 1,14 \, \text{A}$; $I_2 = 0,571 \, \text{A}$;
 $I_{357} = 1,2 \, \text{A}$; $I_4 = 1,71 \, \text{A}$; $U_{ab} = -16,3 \, \text{V}$.

1.6. $R_a = 62,9 \, \Omega$; $I_{E36} = 1,91 \, \text{A}$; $I_{12} = 1,28 \, \text{A}$; $I_4 = 0,514 \, \text{A}$;
 $I_5 = 0,771 \, \text{A}$; $I_7 = 0,624 \, \text{A}$; $U_{ab} = -62,8 \, \text{V}$.

1.7. $R_a = 20 \, \Omega$; $I_E = 9 \, \text{A}$; $I_{12} = 3 \, \text{A}$; $I_3 = I_7 = 6 \, \text{A}$; $I_4 = 3 \, \text{A}$; $I_5 = 2 \, \text{A}$;
 $I_6 = 1 \, \text{A}$; $U_{ab} = 0 \, \text{V}$.

1.8. $R_a = 12 \, \Omega$; $I_{E17} = 6 \, \text{A}$; $I_2 = 4 \, \text{A}$; $I_{36} = 2 \, \text{A}$; $I_4 = 1,33 \, \text{A}$;
 $I_5 = 2,67 \, \text{A}$; $U_{ab} = -4 \, \text{V}$.

1.2.1.

1.17. $I_1 = 0,483 \, \text{A}$; $I_{E2} = 2,03 \, \text{A}$; $I_{34} = 0,552 \, \text{A}$; $U_{ab} = -9,24 \, \text{V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 20,6 \, \text{W}$.

1.18. $I_{E14} = 0,571 \, \text{A}$; $I_2 = 1,71 \, \text{A}$; $I_3 = 0,857 \, \text{A}$; $U_{ab} = 7,43 \, \text{V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 18,3 \, \text{W}$.

1.19. $I_{14} = 0,35 \, \text{A}$; $I_2 = 2,1 \, \text{A}$; $I_{E3} = 1,45 \, \text{A}$; $U_{ab} = 8,6 \, \text{V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 18,7 \, \text{W}$.

1.20. $I_{12} = 0,4 \, \text{A}$; $I_{E3} = 2,8 \, \text{A}$; $I_4 = 0,4 \, \text{A}$; $U_{ab} = -22,8 \, \text{V}$; $P_{EJ} = P_R =$
 $64 \, \text{W}$.

1.21. $I_1 = 1,52 \, \text{A}$; $I_{24} = 1,21 \, \text{A}$; $I_{E3} = 1,73 \, \text{A}$; $U_{ab} = 19,9 \, \text{V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 73,5 \, \text{W}$.

1.22. $I_{E1} = 2 \, \text{A}$; $I_{24} = 4 \, \text{A}$; $I_3 = 1 \, \text{A}$; $U_{ab} = 12 \, \text{V}$; $P_{EJ} = P_R = 56 \, \text{W}$.

1.23. $I_{E14} = 1,9 \, \text{A}$; $I_2 = 0,3 \, \text{A}$; $I_3 = 0,6 \, \text{A}$; $U_{ab} = 16,4 \, \text{V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 44,4 \, \text{W}$.

1.24. $I_{14} = 0,602 \text{ A}$; $I_{E2} = 0,446 \text{ A}$; $I_3 = 0,843 \text{ A}$; $U_{ab} = -17,95 \text{ V}$;
 $P_{EJ} = P_R = 34,5 \text{ W}$.

1.2.2.

1.28. $I_1 = 2,1 \text{ A}$; $I_2 = 1,52 \text{ A}$; $I_3 = 1,83 \text{ A}$; $I_4 = 0,317 \text{ A}$; $I_5 = 0,58 \text{ A}$;
 $I_6 = 0,264 \text{ A}$; $P_R = P_E = 197 \text{ W}$.

1.29. $I_1 = 0,5 \text{ A}$; $I_2 = 1 \text{ A}$; $I_3 = 0,5 \text{ A}$; $I_4 = 0,4 \text{ A}$; $I_5 = 0,6 \text{ A}$;
 $I_6 = 0,1 \text{ A}$; $P_R = P_E = 25 \text{ W}$.

1.30. $I_1 = 1,02 \text{ A}$; $I_2 = 1,16 \text{ A}$; $I_3 = 0,133 \text{ A}$; $I_4 = 1,33 \text{ A}$;
 $I_5 = 0,133 \text{ A}$; $I_6 = 1,2 \text{ A}$; $P_R = P_E = 81,1 \text{ W}$.

1.31. $I_1 = 1,09 \text{ A}$; $I_2 = 2,42 \text{ A}$; $I_3 = 3,5 \text{ A}$; $I_4 = 1,53 \text{ A}$; $I_5 = 1,97 \text{ A}$;
 $I_6 = 0,441 \text{ A}$; $P_R = P_E = 137 \text{ W}$.

1.32. $I_1 = 0,2 \text{ A}$; $I_2 = 1 \text{ A}$; $I_3 = 2 \text{ A}$; $I_4 = 1 \text{ A}$; $I_5 = 0,8 \text{ A}$; $I_6 = 1,8 \text{ A}$;
 $P_R = P_E = 236 \text{ W}$.

1.33. $I_1 = 0,86 \text{ A}$; $I_2 = 1,87 \text{ A}$; $I_3 = 1,01 \text{ A}$; $I_4 = 1,28 \text{ A}$; $I_5 = 0,592 \text{ A}$;
 $I_6 = 0,42 \text{ A}$; $P_R = P_E = 86,6 \text{ W}$.

1.34. $I_1 = 4,86 \text{ A}$; $I_2 = 6,29 \text{ A}$; $I_3 = 1,43 \text{ A}$; $I_4 = 6 \text{ A}$; $I_5 = 1,43 \text{ A}$;
 $I_6 = 4,57 \text{ A}$; $P_R = P_E = 357 \text{ W}$.

1.35. $I_1 = 0,25 \text{ A}$; $I_2 = 4,83 \text{ A}$; $I_3 = 5,08 \text{ A}$; $I_4 = 5,5 \text{ A}$; $I_5 = 0,417 \text{ A}$;
 $I_6 = 5,25 \text{ A}$; $P_R = P_E = 187 \text{ W}$.

1.2.3.

1.39. $I_1 = 2 \text{ A}$; $I_2 = 4 \text{ A}$; $I_3 = 2 \text{ A}$; $I_4 = 4 \text{ A}$; $I_5 = 6 \text{ A}$; $U_{ab} = -8 \text{ V}$;
 $P_R = P_E = 176 \text{ W}$.

1.40. $I_1 = 1,37 \text{ A}$; $I_2 = 0,105 \text{ A}$; $I_3 = 1,26 \text{ A}$; $I_4 = 0,667 \text{ A}$;
 $I_5 = 1,93 \text{ A}$; $I_6 = 2,03 \text{ A}$; $U_{ab} = -30 \text{ V}$; $P_R = P_E = 80,4 \text{ W}$.

1.41. $I_1 = 2 \text{ A}$; $I_2 = 1 \text{ A}$; $I_3 = 3 \text{ A}$; $I_4 = 3 \text{ A}$; $I_5 = 0 \text{ A}$; $I_6 = 3 \text{ A}$;
 $U_{ab} = -18 \text{ V}$; $P_R = P_E = 72 \text{ W}$.

1.42. $I_1 = 0,252 \text{ A}$; $I_2 = 0,954 \text{ A}$; $I_3 = 1,21 \text{ A}$; $I_4 = 0,456 \text{ A}$;
 $I_5 = 0,75 \text{ A}$; $I_6 = 0,204 \text{ A}$; $U_{ab} = 16,3 \text{ V}$; $P_R = P_E = 33,7 \text{ W}$.

1.43. $I_1 = 2,06 \text{ A}$; $I_2 = 0,606 \text{ A}$; $I_3 = 1,45 \text{ A}$; $I_4 = 3,45 \text{ A}$; $I_5 = 2 \text{ A}$;
 $U_{ab} = 27,6 \text{ V}$; $P_R = P_E = 92,6 \text{ W}$.

1.44. $I_1 = 0,95 \text{ A}$; $I_2 = 0,289 \text{ A}$; $I_3 = 0,66 \text{ A}$; $I_4 = 1 \text{ A}$; $I_5 = 1,66 \text{ A}$;
 $I_6 = 1,95 \text{ A}$; $U_{ab} = -28 \text{ V}$; $P_R = P_E = 67,9 \text{ W}$.

1.45. $I_1 = 4 \text{ A}$; $I_2 = 2 \text{ A}$; $I_3 = 6 \text{ A}$; $I_4 = 6 \text{ A}$; $I_5 = 3 \text{ A}$; $I_6 = 3 \text{ A}$;
 $U_{ab} = 24 \text{ V}$; $P_R = P_E = 180 \text{ W}$.

1.46. $I_1 = 2,05 \text{ A}$; $I_2 = 11 \text{ A}$; $I_3 = 13,1 \text{ A}$; $I_4 = 4,58 \text{ A}$; $I_5 = 8,5 \text{ A}$;
 $I_6 = 2,53 \text{ A}$; $U_{ab} = 20,3 \text{ V}$; $P_R = P_E = 424 \text{ W}$.

1.2.4.

1.50	R_3, Ω	0	2	4	6	8	10
	$I_3, \text{ A}$	2,25	0,9	0,563	0,409	0,321	0,265
1.51	R_2, Ω	0	2	4	6	8	10
	$I_2, \text{ A}$	9,33	4,67	3,11	2,33	1,87	1,56
1.52	R_4, Ω	0	3	6	9	12	15
	$I_4, \text{ A}$	10,6	3,74	2,27	1,63	1,27	1,04
1.53	R_5, Ω	0	5	10	15	20	25
	$I_5, \text{ A}$	5	1,62	0,968	0,69	0,536	0,458
1.54	R_1, Ω	0	3	6	9	12	15
	$I_1, \text{ A}$	10,8	3,4	1,96	1,38	1,06	0,864
1.55	R_1, Ω	0	3	6	9	12	15
	$I_1, \text{ A}$	8,67	3,85	2,48	1,82	1,44	1,20
1.56	R_3, Ω	0	4	8	12	16	20
	$I_3, \text{ A}$	3,6	0,947	0,545	0,383	0,295	0,24
1.57	R_2, Ω	0	2	4	6	8	10
	$I_2, \text{ A}$	1,0	0,556	0,385	0,294	0,238	0,20

2.1.1.

2.1. $\underline{Z}_1 = 10 - j10 = 14,1e^{-j45^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 5 + j30 = 30,4e^{j81^\circ} \Omega$;

$\underline{Z} = 15 + j20 = 25e^{j53^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 46 + j20 = 50e^{j23^\circ} \text{ V}$;

$u = 70,7 \sin(314t + 23^\circ) \text{ V}$; $\varphi = 53^\circ$;

$u_1 = 40 \sin(314t - 75^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 86 \sin(314t + 51^\circ) \text{ V}$;

$P = 60 \text{ W}$; $Q = 80 \text{ var}$; $\underline{S} = 100e^{j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

$L_{\text{rez}} = 31,86 \text{ mH}$.

2.2. $\underline{Z}_1 = 2 + j3,02 = 3,62e^{j56^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 2 = 2e^{j0^\circ} \Omega$;

$\underline{Z} = 4 + j3 = 5e^{j37^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 2,1 + j14,9 = 15e^{j82^\circ} \text{ V}$;

$u = 21,2 \sin(314t + 82^\circ) \text{ V}$; $\varphi = 37^\circ$;

$u_1 = 15,4 \sin(314t + 101^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 8,49 \sin(314t + 45^\circ) \text{ V}$;

$P = 36 \text{ W}$; $Q = 27,1 \text{ var}$; $\underline{S} = 45e^{j37^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

$L_{\text{rez}} = 28,62 \text{ mH}$.

- 2.3. $\underline{Z}_1 = j10 = 10e^{j90^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 4 - j7 = 8,1e^{-j60^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 4 + j3 = 5e^{j37^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 36,8 - j15,7 = 40e^{-j23^\circ} \text{ V}$;
 $u = 56,6 \sin(314t - 23^\circ) \text{ V}$; $\varphi = 37^\circ$;
 $u_1 = 113 \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 91,3 \sin(314t - 120^\circ) \text{ V}$;
 $P = 256 \text{ W}$; $Q = 192 \text{ var}$; $\underline{S} = 320e^{j37^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.
 $L_{12\text{rez}} = 47,79 \text{ mH}$.
- 2.4. $\underline{Z}_1 = 6 + j6 = 8,5e^{j45^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = -j14 = 14e^{-j90^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 6 - j8 = 10e^{-j53^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 64,4 - j27,6 = 70e^{-j23^\circ} \text{ V}$;
 $u = 99 \sin(314t - 23^\circ) \text{ V}$; $\varphi = -53^\circ$;
 $u_1 = 84,1 \sin(314t + 75^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 138,8 \sin(314t - 60^\circ) \text{ V}$;
 $P = 294 \text{ W}$; $Q = -393 \text{ var}$; $\underline{S} = 491e^{-j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.
 $L_{\text{rez}} = 57,36 \text{ mH}$.
- 2.5. $\underline{Z}_1 = 3 + j10 = 10,4e^{j73^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 5 - j16 = 16,8e^{-j73^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 8 - j6 = 10e^{-j37^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 36,8 + j15,7 = 40e^{j23^\circ} \text{ V}$;
 $u = 56,6 \sin(314t + 23^\circ) \text{ V}$; $\varphi = -37^\circ$;
 $u_1 = 59,1 \sin(314t + 133^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 94,9 \sin(314t - 13^\circ) \text{ V}$;
 $P = 128 \text{ W}$; $Q = -95,9 \text{ var}$; $\underline{S} = 160e^{-j37^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.
 $L_{\text{rez}} = 50,92 \text{ mH}$.
- 2.6. $\underline{Z}_1 = 4 = 4e^{j0^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 2 - j8 = 8,2e^{-j76^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 6 - j8 = 10e^{-j53^\circ} \Omega$; $\underline{U} = -7,1 - j49,4 = 50e^{-j98^\circ} \text{ V}$;
 $u = 70,7 \sin(314t - 98^\circ) \text{ V}$; $\varphi = -53^\circ$;
 $u_1 = 28,3 \sin(314t - 45^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 58,2 \sin(314t - 121^\circ) \text{ V}$;
 $P = 150 \text{ W}$; $Q = -200 \text{ var}$; $\underline{S} = 250e^{-j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.
 $L_{\text{rez}} = 57,31 \text{ mH}$.
- 2.7. $\underline{Z}_1 = 20 = 20e^{j0^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = j5 = 5e^{j90^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 20 + j5 = 20,6e^{j14^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 88,9 + j86 = 124e^{j44^\circ} \text{ V}$;
 $u = 175 \sin(314t + 44^\circ) \text{ V}$; $\varphi = 14^\circ$;
 $u_1 = 170 \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$; $u_2 = 42,4 \sin(314t + 120^\circ) \text{ V}$;
 $P = 720 \text{ W}$; $Q = 180 \text{ var}$; $\underline{S} = 742e^{j14^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.
 $L_{12\text{rez}} = 31,86 \text{ mH}$.
- 2.8. $\underline{Z}_1 = -j5 = 5e^{-j90^\circ} \Omega$; $\underline{Z}_2 = 6 + j13 = 14,6e^{j65^\circ} \Omega$;
 $\underline{Z} = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \Omega$; $\underline{U} = 89,4 - j10,7 = 90e^{-j7^\circ} \text{ V}$;
 $u = 127 \sin(314t - 7^\circ) \text{ V}$; $\varphi = 53^\circ$;

$$u_1 = 63,6 \sin(314t - 150^\circ) \text{ V}; u_2 = 182 \sin(314t + 5^\circ) \text{ V};$$

$$P = 486 \text{ W}; Q = 649 \text{ var}; \underline{S} = 811e^{j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

$$L_{\text{rez}} = 54,14 \text{ mH}.$$

2.1.2.

1 var. $I_1 = 1,88 + j0,684 = 2e^{j20^\circ} \text{ A}; I_2 = 1,37 - j3,76 = 4e^{-j70^\circ} \text{ A};$
 $I_3 = -1,03 + j2,82 = 3e^{j110^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 2,22 - j0,256 = 2,24e^{-j7^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = 27^\circ;$

$$i_1 = 2,83 \sin(314t + 20^\circ) \text{ A}; i_2 = 5,66 \sin(314t - 70^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = 4,24 \sin(314t + 110^\circ) \text{ A}; i = 3,17 \sin(314t - 7^\circ) \text{ A};$$

$$P = 48 \text{ W}; Q = 24 \text{ var}; \underline{S} = 53,7e^{j27^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

2 var. $I_1 = 0,5 - j0,866 = e^{-j60^\circ} \text{ A}; I_2 = -3,46 - j2 = 4e^{-j150^\circ} \text{ A};$
 $I_3 = 1,73 + j = 2e^{j30^\circ} \text{ A}; \underline{I} = -1,23 - j1,87 = 2,24e^{-j123^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = 63^\circ;$

$$i_1 = 1,41 \sin(314t - 60^\circ) \text{ A}; i_2 = 5,66 \sin(314t - 150^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = 2,83 \sin(314t + 30^\circ) \text{ A}; i = 3,17 \sin(314t - 123^\circ) \text{ A};$$

$$P = 100 \text{ W}; Q = 200 \text{ var}; \underline{S} = 224e^{j63^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

3 var. $I_1 = 3,46 + j2 = 4e^{j30^\circ} \text{ A}; I_2 = 1 - j1,73 = 2e^{-j60^\circ} \text{ A};$
 $I_3 = -0,5 + j0,866 = e^{j120^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 3,96 + j1,13 = 4,12e^{j16^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = 14^\circ;$

$$i_1 = 5,66 \sin(314t + 30^\circ) \text{ A}; i_2 = 2,83 \sin(314t - 60^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = 1,41 \sin(314t + 120^\circ) \text{ A}; i = 5,83 \sin(314t + 16^\circ) \text{ A};$$

$$P = 800 \text{ W}; Q = 200 \text{ var}; \underline{S} = 824e^{j14^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4 var. $I_1 = 2,12 - j2,12 = 3e^{-j45^\circ} \text{ A}; I_2 = -0,707 - j0,707 = e^{-j135^\circ} \text{ A};$
 $I_3 = 1,41 + j1,41 = 2e^{j45^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 2,83 - j1,41 = 3,16e^{-j27^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = -18^\circ;$

$$i_1 = 4,24 \sin(314t - 45^\circ) \text{ A}; i_2 = 1,41 \sin(314t - 135^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = 2,83 \sin(314t + 45^\circ) \text{ A}; i = 4,47 \sin(314t - 27^\circ) \text{ A};$$

$$P = 360 \text{ W}; Q = -120 \text{ var}; \underline{S} = 379e^{-j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

5 var. $I_1 = 1 + j1,73 = 2e^{j60^\circ} \text{ A}; I_2 = 0,866 - j0,5 = e^{-j30^\circ} \text{ A};$
 $I_3 = -1,73 + j = 2e^{j150^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 0,134 + j2,23 = 2,24e^{j87^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = -27^\circ;$

$$i_1 = 2,83 \sin(314t + 60^\circ) \text{ A}; i_2 = 1,41 \sin(314t - 30^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = 2,83 \sin(314t + 150^\circ) \text{ A}; i = 3,17 \sin(314t + 87^\circ) \text{ A};$$

- $P = 100 \text{ W}; Q = -50 \text{ var}; \underline{S} = 112e^{j27^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 6 var.** $\underline{I}_1 = 0,906 - j0,423 = e^{-j25^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = -0,845 - j1,81 = 2e^{-j115^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = 1,27 + j2,72 = 3e^{j65^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 1,33 + j0,484 = 1,41e^{j20^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = -45^\circ;$
 $i_1 = 1,41 \sin(314t - 25^\circ) \text{ A}; i_2 = 2,83 \sin(314t - 115^\circ) \text{ A};$
 $i_3 = 4,24 \sin(314t + 65^\circ) \text{ A}; i = 2 \sin(314t + 20^\circ) \text{ A};$
 $P = 36 \text{ W}; Q = -36 \text{ var}; \underline{S} = 50,9e^{-j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 7 var.** $\underline{I}_1 = 2,12 + j2,12 = 3e^{j45^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,41 - j1,41 = 2e^{-j45^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = -3,54 + j3,54 = 5e^{j135^\circ} \text{ A}; \underline{I} = j4,24 = 4,24e^{j90^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = -45^\circ;$
 $i_1 = 4,24 \sin(314t + 45^\circ) \text{ A}; i_2 = 2,83 \sin(314t - 45^\circ) \text{ A};$
 $i_3 = 7,07 \sin(314t + 135^\circ) \text{ A}; i = 6 \sin(314t + 90^\circ) \text{ A};$
 $P = 450 \text{ W}; Q = -450 \text{ var}; \underline{S} = 636e^{-j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 8 var.** $\underline{I}_1 = 0,866 - j0,5 = e^{-j30^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = -1,5 - j2,6 = 3e^{-j120^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = 1 + j1,73 = 2e^{j60^\circ} \text{ A}; \underline{I} = 0,366 - j1,37 = 1,41e^{-j75^\circ} \text{ A};$
 $\varphi = 45^\circ;$
 $i_1 = 1,41 \sin(314t - 30^\circ) \text{ A}; i_2 = 4,24 \sin(314t - 120^\circ) \text{ A};$
 $i_3 = 2,83 \sin(314t + 60^\circ) \text{ A}; i = 2 \sin(314t - 75^\circ) \text{ A};$
 $P = 30 \text{ W}; Q = 30 \text{ var}; \underline{S} = 42,4e^{j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

2.2.

1 var.

- $\underline{I}_1 = -2,17 - j0,375 = 2,2 e^{-j170^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = -1,26 - j0,066 = 1,26e^{-j177^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = 0,905 + j0,309 = 0,957e^{j19^\circ} \text{ A}.$
- $\underline{I}_1 = 2,2 \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,26 \text{ A}; \underline{I}_3 = 0,957 \text{ A}.$
- $\underline{U}_{ab} = -6,98 + j33,3 = 34e^{j102^\circ} \text{ V}; U_{ab} = 34 \text{ V}.$
- $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 97,9 - j96,9 = 138e^{-j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

2 var.

- $\underline{I}_1 = 0,584 + j0,493 = 0,764e^{j40^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,483 + j2,46 = 2,51e^{j79^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_3 = -0,101 + j1,97 = 1,97e^{j93^\circ} \text{ A}.$
- $\underline{I}_1 = 0,764 \text{ A}; \underline{I}_2 = 2,51 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,97 \text{ A}.$
- $\underline{U}_{ab} = 131 + j79 = 153e^{j31^\circ} \text{ V}; U_{ab} = 153 \text{ V}.$
- $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 524 - j326 = 617e^{-j32^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

3 var.

1. $I_1 = -0,779 + j0,451 = 0,9e^{i150^\circ}$ A; $I_2 = 1,93 + j2,76 = 3,37e^{i55^\circ}$ A;
 $I_3 = -2,71 - j2,31 = 3,56e^{-j140^\circ}$ A.
2. $I_1 = 0,9$ A; $I_2 = 3,37$ A; $I_3 = 3,56$ A.
3. $\underline{U}_{ab} = 286 + j102 = 304e^{i20^\circ}$ V; $U_{ab} = 304$ V.
4. $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 1260 + j401 = 1320e^{i18^\circ}$ V · A.

4 var.

1. $I_1 = 1,12 - j0,657 = 1,3e^{-j30^\circ}$ A; $I_2 = 0,771 + j0,391 = 0,864e^{j27^\circ}$ A;
 $I_3 = -0,353 + j1,05 = 1,11e^{i109^\circ}$ A.
2. $I_1 = 1,3$ A; $I_2 = 0,864$ A; $I_3 = 1,11$ A.
3. $\underline{U}_{ab} = -2,29 + j11,3 = 11,5e^{i101^\circ}$ V; $U_{ab} = 11,5$ V.
4. $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 147,7 - j11,8 = 148e^{-j5^\circ}$ V · A.

5 var.

1. $I_1 = 0,773 + j0,303 = 0,831e^{i21^\circ}$ A; $I_2 = 2,71 + j0,284 = 2,72e^{i6^\circ}$ A;
 $I_3 = 1,93 - j0,0194 = 1,93e^{-j1^\circ}$ A.
2. $I_1 = 0,831$ A; $I_2 = 2,72$ A; $I_3 = 1,93$ A.
3. $\underline{U}_{ab} = -29,2 + j193 = 196e^{i99^\circ}$ V; $U_{ab} = 196$ V.
4. $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 511 + j7,25 = 511e^{i1^\circ}$ V · A.

6 var.

1. $I_1 = 1,01 + j0,925 = 1,37e^{i42^\circ}$ A; $I_2 = 1,47 + j0,138 = 1,47e^{i5^\circ}$ A;
 $I_3 = 0,451 - j0,788 = 0,908e^{-j60^\circ}$ A.
2. $I_1 = 1,37$ A; $I_2 = 1,47$ A; $I_3 = 0,908$ A.
3. $\underline{U}_{ab} = 2,62 - j31,4 = 31,5e^{-j85^\circ}$ V; $U_{ab} = 31,5$ V.
4. $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 137,5 + j2,13 = 138e^{i1^\circ}$ V · A.

7 var.

1. $I_1 = -0,1 - j0,793 = 0,8e^{-j97^\circ}$ A; $I_2 = 1,76 - j0,709 = 1,9e^{-j22^\circ}$ A;
 $I_3 = 1,86 + j0,084 = 1,86e^{i3^\circ}$ A.
2. $I_1 = 0,8$ A; $I_2 = 1,9$ A; $I_3 = 1,86$ A.
3. $\underline{U}_{ab} = -77 + j266 = 277e^{i106^\circ}$ V; $U_{ab} = 277$ V.
4. $\underline{S}_Z = \underline{S}_E = 350 - j149 = 542e^{-j23^\circ}$ V · A.

8 var.

1. $I_1 = 2,18 - j0,321 = 2,2e^{-j8^\circ}$ A; $I_2 = 3,13 - j0,649 = 3,19e^{-j12^\circ}$ A;
 $I_3 = 0,949 - j0,328 = e^{-j19^\circ}$ A.
2. $I_1 = 2,2$ A; $I_2 = 3,19$ A; $I_3 = 1$ A.

$$3. \underline{U}_{ab} = 77 - j158 = 176e^{-j64^\circ} \text{ V}; \underline{U}_{ab} = 176 \text{ V.}$$

$$4. \underline{S}_Z = \underline{S}_E = 377 - j183 = 419e^{-j26^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

2.3.

1 var.

$$1. \underline{I}_1 = 0,77 + j0,223 = 0,801e^{j16^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,2 - j4,2 = 4,2e^{-j87^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = 0,57 - j4,42 = 4,46e^{-j97^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 0,801 \text{ A}; \underline{I}_2 = 4,2 \text{ A}; \underline{I}_3 = 4,46 \text{ A.}$$

$$3. P = 413 \text{ W}; Q = 283 \text{ var}; \underline{S} = 501e^{j34^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

2 var.

$$1. \underline{I}_1 = 3,79 + j1,35 = 4,03e^{j20^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 2,8 + j0,895 = 2,94e^{j18^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = -0,991 - j0,457 = 1,09e^{-j155^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 4,03 \text{ A}; \underline{I}_2 = 2,94 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,09 \text{ A.}$$

$$3. P = 291 \text{ W}; Q = -187 \text{ var}; \underline{S} = 346e^{-j33^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

3 var.

$$1. \underline{I}_1 = 0,598 - j0,851 = 1,04e^{-j55^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,07 + j0,408 = 1,14e^{j21^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = 0,469 + j1,26 = 1,34e^{j70^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 1,04 \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,14 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,34 \text{ A.}$$

$$3. P = 37,9 \text{ W}; Q = 5,17 \text{ var}; \underline{S} = 38,2e^{j8^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

4 var.

$$1. \underline{I}_1 = 0,673 - j0,282 = 0,73e^{-j23^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,64 + j0,85 = 1,84e^{j27^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = 0,963 + j1,13 = 1,49e^{j50^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 0,73 \text{ A}; \underline{I}_2 = 1,84 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,49 \text{ A.}$$

$$3. P = 65,5 \text{ W}; Q = 83,6 \text{ var}; \underline{S} = 106e^{j52^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

5 var.

$$1. \underline{I}_1 = -1,26 - j0,986 = 1,59e^{-j143^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = -0,07 - j0,514$$

$$= 0,519e^{-j98^\circ} \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,2 + j0,45 = 1,28e^{j21^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 1,59 \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,519 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,28 \text{ A.}$$

$$3. P = 192 \text{ W}; Q = 90,7 \text{ var}; \underline{S} = 212e^{j25^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

6 var.

$$1. \underline{I}_1 = 0,638 + j0,0525 = 0,64e^{j5^\circ} \text{ A}; \underline{I}_2 = 0,919 - j1,9 = 2,11e^{-j64^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = 0,281 - j1,95 = 1,97e^{-j82^\circ} \text{ A.}$$

$$2. \underline{I}_1 = 0,64 \text{ A}; \underline{I}_2 = 2,11 \text{ A}; \underline{I}_3 = 1,97 \text{ A.}$$

$$3. P = 227 \text{ W}; Q = 129 \text{ var}; \underline{S} = 261e^{j30^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

3.1.1.

1 var.

1. $\underline{I}_A = 0,6 - j0,8 = e^{-j53^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = -0,993 - j0,12 = e^{-j173^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_C = 0,393 + j0,92 = e^{j67^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 1 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 1 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 1 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 360 \text{ W}$; $Q = 480 \text{ var}$; $\underline{S} = 600e^{j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

2 var.

1. $\underline{I}_A = 1,75 \text{ A}$; $\underline{I}_B = -0,875 - j1,52 = 1,75e^{-j120^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_C = -0,875 + j1,52 = 1,75e^{j120^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 1,75 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 1,75 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 1,75 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 919 \text{ W}$; $Q = 0 \text{ var}$; $\underline{S} = 919e^{j0^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

3 var.

1. $\underline{I}_A = j1,5 = 1,5e^{j90^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = 1,3 - j0,75 = 1,5e^{-j30^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_C = -1,3 - j0,75 = 1,5e^{-j150^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 1,5 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 1,5 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 1,5 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 0 \text{ W}$; $Q = -675 \text{ var}$; $\underline{S} = 675e^{-j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

4 var.

1. $\underline{I}_A = 0,5 + j = 1,12e^{j63^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = 0,616 - j0,933 = 1,12e^{-j57^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_C = -1,12 - j0,067 = 1,12e^{-j177^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 1,12 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 1,12 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 1,12 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 188 \text{ W}$; $Q = -375 \text{ var}$; $\underline{S} = 419e^{-j63^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

5 var.

1. $\underline{I}_A = -j0,5 = 0,5e^{-j90^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = -0,433 + j0,25 = 0,5e^{j150^\circ} \text{ A}$;
 $\underline{I}_C = 0,433 + j0,25 = 0,5e^{j30^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 0,5 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 0,5 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 0,5 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 0 \text{ W}$; $Q = 150 \text{ var}$; $\underline{S} = 150e^{j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

6 var.

1. $\underline{I}_A = 0,45 - j0,6 = 0,75e^{-j53^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = -0,745 - j0,0897 =$
 $0,75e^{-j173^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_C = 0,295 + j0,69 = 0,75e^{j67^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_N = 0 \text{ A}$.
2. $I_1 = I_A = 0,75 \text{ A}$; $I_2 = I_B = 0,75 \text{ A}$; $I_3 = I_C = 0,75 \text{ A}$; $I_4 = I_N = 0 \text{ A}$.
3. $P = 101 \text{ W}$; $Q = 135 \text{ var}$; $\underline{S} = 169e^{j53^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}$.

7 var.

1. $\underline{I}_A = 0,2 + j0,15 = 0,25e^{j37^\circ} \text{ A}$; $\underline{I}_B = 0,03 - j0,248 = 0,25e^{-j83^\circ} \text{ A}$;

- $\underline{I}_C = -0,23 + j0,098 = 0,25e^{j157^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A}.$
 2. $I_1 = I_A = 0,25 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,25 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,25 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 3. $P = 30 \text{ W}; Q = -22,5 \text{ var}; \underline{S} = 37,5e^{-j37^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

8 var.

1. $\underline{I}_A = j = e^{j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = 0,866 - j0,5 = e^{-j30^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = -0,866 - j0,5 = e^{-j150^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A}.$
 2. $I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 1 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 3. $P = 0 \text{ W}; Q = -90 \text{ var}; \underline{S} = 90e^{-j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

3.1.2.

1 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 1 \text{ A}; \underline{I}_B = 0,12 - j0,99 = e^{-j83^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = 0,366 + j1,37 = 1,41e^{j75^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 1,49 + j0,373 = 1,53e^{j14^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 1,41 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,53 \text{ A}.$
 $P = 560 \text{ W}; Q = 80 \text{ var}; \underline{S} = 566e^{j8^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
 1.b. $\underline{I}_A = 0,5 - j0,205 = 0,54e^{-j22^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,158 - j1,46 = 1,47e^{-j96^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = -0,34 + j1,66 = 1,7e^{j102^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A};$
 $\underline{U}_a = 99,7 - j41 = 108e^{-j22^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -200 - j214 = 293e^{-j133^\circ} \text{ V};$
 $\underline{U}_c = -200 + j132 = 240e^{j147^\circ} \text{ V}; \underline{U}_N = 100 + j41 = 108e^{j22^\circ} \text{ V}.$
 $I_1 = I_A = 0,54 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,47 \text{ A}; I_3 = I_C = 1,7 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 $P = 690 \text{ W}; Q = 30 \text{ var}; \underline{S} = 691e^{j2^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
 1.c. $\underline{I}_A = 1 \text{ A}; \underline{I}_B = 0,12 - j0,99 = e^{-j83^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 1,12 - j0,993 = 1,5e^{-j42^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,5 \text{ A}.$
 $P = 360 \text{ W}; Q = -120 \text{ var}; \underline{S} = 379e^{-j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
 1.d. $\underline{I}_A = 0,606 + j0,683 = 0,91e^{j48^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,606 - j0,683 = 0,91e^{-j132^\circ} \text{ A};$
 $\underline{U}_a = 121 + j137 = 183e^{j48^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -179 - j36,6 = 183e^{-j168^\circ} \text{ V};$
 $\underline{U}_N = 78,9 - j137 = 158e^{-j60^\circ} \text{ V}.$
 $I_1 = I_A = 0,91 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,91 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 $P = 300 \text{ W}; Q = -100 \text{ var}; \underline{S} = 316e^{-j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

2 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 0,67 + j1,01 = 1,21e^{j56^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = 0,87 - j0,5 = e^{-j30^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = 0,43 + j0,87 = 0,971e^{j64^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 1,97 + j1,38 = 2,4e^{j35^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 1,21 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,971 \text{ A}; I_4 = I_N = 2,4 \text{ A}.$
 $P = 212 \text{ W}; Q = -210 \text{ var}; \underline{S} = 299e^{-j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

- 1.b. $\underline{I}_A = 0,503 - j0,232 = 0,55e^{-j155^\circ}$ A; $\underline{I}_B = 0,627 - j1,89 = 1,99e^{-j72^\circ}$ A; $\underline{I}_C = -0,125 + j2,12 = 2,12e^{j93^\circ}$ A; $\underline{I}_N = 0$ A;
 $\underline{U}_a = -68 + j41,8 = 79,8e^{j148^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -331 - j110 = 348e^{-j162^\circ}$ V;
 $\underline{U}_c = -331 + j193 = 383e^{j150^\circ}$ V; $\underline{U}_N = 243 - j41,8 = 247e^{-j10^\circ}$ V.
 $I_1 = I_A = 0,55$ A; $I_2 = I_B = 1,99$ A; $I_3 = I_C = 2,12$ A; $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 476$ W; $Q = -53,1$ var; $\underline{S} = 479e^{-j6^\circ}$ V · A.
- 1.c. $\underline{I}_A = 0,67 + j1,01 = 1,21e^{j56^\circ}$ A; $\underline{I}_B = 0,87 - j0,5 = e^{-j30^\circ}$ A;
 $\underline{I}_N = 1,54 + j0,51 = 1,62e^{j18^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 1,21$ A; $I_2 = I_B = 1$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 1,62$ A.
 $P = 118$ W; $Q = -352$ var; $\underline{S} = 371e^{-j71^\circ}$ V · A.
- 1.d. $\underline{I}_A = -0,254 + j0,959 = 0,99e^{j105^\circ}$ A; $\underline{I}_B = 0,254 - j0,959 = 0,99e^{-j75^\circ}$ A;
 $\underline{U}_a = 94,7 + j107 = 143e^{j49^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -168 - j44,4 = 174e^{-j165^\circ}$ V;
 $\underline{U}_N = 80,3 - j107 = 134e^{-j53^\circ}$ V;
 $I_1 = I_A = 0,99$ A; $I_2 = I_B = 0,99$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 78,7$ W; $Q = -290$ var; $\underline{S} = 301e^{-j75^\circ}$ V · A.

3 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 1,06 - j1,06 = 1,5e^{-j45^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,5 - j0,866 = e^{-j120^\circ}$ A;
 $\underline{I}_C = -0,746 + j0,369 = 0,832e^{j154^\circ}$ A; $\underline{I}_N = -0,19 - j1,56 = 1,57e^{-j97^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 1,5$ A; $I_2 = I_B = 1$ A; $I_3 = I_C = 0,832$ A; $I_4 = I_N = 1,57$ A.
 $P = 413$ W; $Q = 90$ var; $\underline{S} = 423e^{j12^\circ}$ V · A.
- 1.b. $\underline{I}_A = 1,59 - j0,416 = 1,65e^{-j15^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,553 - j0,312 = 0,635e^{-j151^\circ}$ A;
 $\underline{I}_C = -1,04 + j0,728 = 1,27e^{j145^\circ}$ A; $\underline{I}_N = 0$ A;
 $\underline{U}_a = 142 + j83,1 = 165e^{j30^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -83 - j47 = 95,3e^{-j151^\circ}$ V;
 $\underline{U}_c = -83 + j213 = 229e^{j111^\circ}$ V; $\underline{U}_N = 8 - j83,1 = 83,5e^{-j84^\circ}$ V.
 $I_1 = I_A = 1,65$ A; $I_2 = I_B = 0,635$ A; $I_3 = I_C = 1,27$ A;
 $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 493$ W; $Q = 30,6$ var; $\underline{S} = 494e^{j4^\circ}$ V · A.
- 1.c. $\underline{I}_A = 1,06 - j1,06 = 1,5e^{-j45^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,5 - j0,87 = e^{-j120^\circ}$ A;
 $\underline{I}_N = 0,561 - j1,93 = 2,01e^{-j74^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 1,5$ A; $I_2 = I_B = 1$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 2,01$ A.
 $P = 309$ W; $Q = 159$ var; $\underline{S} = 348e^{j27^\circ}$ V · A.
- 1.d. $\underline{I}_A = 1,1 + j0,238 = 1,12e^{j12^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -1,1 - j0,238 = 1,12e^{-j168^\circ}$ A;
 $\underline{U}_a = 60,7 + j94,3 = 112e^{j57^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -164 - j35,6 = 168e^{-j168^\circ}$ V;

$$\underline{U}_N = 89,3 - j94,3 = 130e^{-j47^\circ} \text{ V.}$$

$$I_1 = I_A = 1,12 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,12 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A.}$$

$$P = 277 \text{ W}; Q = 88,9 \text{ var}; \underline{S} = 291e^{j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

4 var.

$$1.a. \underline{I}_A = -j = e^{-j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -1,24 - j0,61 = 1,39e^{-j154^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = -0,25 + j0,433 = 0,5e^{j120^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = -1,49 - j1,18 = 1,9e^{-j142^\circ} \text{ A.}$$

$$I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,39 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,5 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,9 \text{ A.}$$

$$P = 207 \text{ W}; Q = 221 \text{ var}; \underline{S} = 303e^{j47^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

$$1.b. \underline{I}_A = 0,784 - j1,07 = 1,32e^{-j54^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,566 + j0,24 = 0,615e^{j157^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = -0,218 + j0,825 = 0,85e^{j105^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A};$$

$$\underline{U}_a = 133 + j97,9 = 165e^{j36^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -54 - j10 = 55,4e^{-j169^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_c = -54 + j206 = 213e^{j105^\circ} \text{ V}; \underline{U}_N = -8,1 - j97,9 = 98,3e^{-j95^\circ} \text{ V.}$$

$$I_1 = I_A = 1,32 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,615 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,85 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A.}$$

$$P = 210 \text{ W}; Q = 237 \text{ var}; \underline{S} = 317e^{j48^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

$$1.c. \underline{I}_A = -j = e^{-j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -1,24 - j0,61 = 1,39e^{-j154^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_N = -1,24 - j1,62 = 2,04e^{-j128^\circ} \text{ A.}$$

$$I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,39 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 2,04 \text{ A.}$$

$$P = 144 \text{ W}; Q = 221 \text{ var}; \underline{S} = 264e^{j57^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

$$1.d. \underline{I}_A = 0,911 - j0,681 = 1,14e^{-j37^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,911 + j0,681 = 1,14e^{j143^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{U}_a = 85,2 + j114 = 142e^{j53^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -102 + j5,6 = 103e^{j177^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_N = 39,8 - j114 = 121e^{-j71^\circ} \text{ V.}$$

$$I_1 = I_A = 1,14 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,14 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A.}$$

$$P = 97 \text{ W}; Q = 226 \text{ var}; \underline{S} = 246e^{j67^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

5 var.

$$1.a. \underline{I}_A = 0,8 - j0,6 = e^{-j37^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,67 - j1,15 = 1,33e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = -0,966 + j0,259 = e^{j165^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = -0,833 - j1,5 = 1,71e^{-j119^\circ} \text{ A.}$$

$$I_1 = I_A = 1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,33 \text{ A}; I_3 = I_C = 1 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,71 \text{ A.}$$

$$P = 284 \text{ W}; Q = -11 \text{ var}; \underline{S} = 284e^{-j2^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

$$1.b. \underline{I}_A = 1,36 - j0,376 = 1,41e^{-j15^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,25 - j0,468 = 0,531e^{-j118^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = -1,11 + j0,844 = 1,39e^{j143^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A};$$

$$\underline{U}_a = 131 + j50,5 = 141e^{j21^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -19 - j35 = 39,8e^{-j118^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_c = -19 + j138 = 139e^{j98^\circ} \text{ V}; \underline{U}_N = -31,3 - j51,5 = 60,2e^{-j121^\circ} \text{ V.}$$

$$I_1 = I_A = 1,41 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,531 \text{ A}; I_3 = I_C = 1,39 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A.}$$

$$P = 318 \text{ W}; Q = -18,1 \text{ var}; \underline{S} = 318e^{-j3^\circ} \text{ V} \cdot \text{A.}$$

- 1.c. $\underline{I}_A = 0,8 - j0,6 = e^{-j37^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,674 - j1,15 = 1,33e^{-j120^\circ}$ A;
 $\underline{I}_N = 0,133 - j1,75 = 1,76e^{j86^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 1$ A; $I_2 = I_B = 1,33$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 1,76$ A.
 $P = 213$ W; $Q = 60$ var; $\underline{S} = 222e^{j16^\circ}$ V · A.
- 1.d. $\underline{I}_A = 1,03 + j0,16 = 1,04e^{j9^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -1,03 - j0,16 = 1,04e^{j171^\circ}$ A;
 $\underline{U}_a = 72,8 + j74,6 = 104e^{j46^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -77,2 - j12 = 78e^{j171^\circ}$ V;
 $\underline{U}_N = 27,2 - j74,6 = 79,4e^{-j70^\circ}$ V.
 $I_1 = I_A = 1,04$ A; $I_2 = I_B = 1,04$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 168$ W; $Q = 65,2$ var; $\underline{S} = 180e^{j21^\circ}$ V · A.

6 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 0,75$ A; $\underline{I}_B = 0,275 - j1,02 = 1,06e^{-j75^\circ}$ A;
 $\underline{I}_C = 0,866 + j0,5 = e^{j30^\circ}$ A; $\underline{I}_N = 1,89 - j0,525 = 1,96e^{-j16^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 0,75$ A; $I_2 = I_B = 1,06$ A; $I_3 = I_C = 1$ A; $I_4 = I_N = 1,96$ A.
 $P = 113$ W; $Q = 18,7$ var; $\underline{S} = 114e^{j9^\circ}$ V · A.
- 1.b. $\underline{I}_A = -0,212 + j0,102 = 0,24e^{j154^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,79 - j1,88 = 2,04e^{-j113^\circ}$ A;
 $\underline{I}_C = 1 + j1,78 = 2,05e^{j61^\circ}$ A; $\underline{I}_N = 0$ A;
 $\underline{U}_a = -21,2 + j10,2 = 23,5e^{j154^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -134 - j54,8 = 145e^{-j158^\circ}$ V;
 $\underline{U}_c = -134 + j75,1 = 153e^{j151^\circ}$ V; $\underline{U}_N = 96,2 - j10,2 = 96,8e^{-j6^\circ}$ V.
 $I_1 = I_A = 0,24$ A; $I_2 = I_B = 2,04$ A; $I_3 = I_C = 2,05$ A; $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 214$ W; $Q = 105$ var; $\underline{S} = 239e^{j26^\circ}$ V · A.
- 1.c. $\underline{I}_A = 0,75$ A; $\underline{I}_B = 0,275 - j1,02 = 1,06e^{-j75^\circ}$ A;
 $\underline{I}_N = 1,02 - j1,02 = 1,45e^{-j45^\circ}$ A.
 $I_1 = I_A = 0,75$ A; $I_2 = I_B = 1,06$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 1,45$ A.
 $P = 113$ W; $Q = -56,3$ var; $\underline{S} = 126e^{-j27^\circ}$ V · A.
- 1.d. $\underline{I}_A = 0,545 + j0,615 = 0,822e^{j48^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,545 - j0,615 = 0,82e^{-j132^\circ}$ A;
 $\underline{U}_a = 54,5 + j61,5 = 82,2e^{j48^\circ}$ V; $\underline{U}_b = -58 - j3,48 = 58,1e^{-j177^\circ}$ V;
 $\underline{U}_N = 20,5 - j61,5 = 64,8e^{-j72^\circ}$ V.
 $I_1 = I_A = 0,822$ A; $I_2 = I_B = 0,822$ A; $I_3 = I_C = 0$ A; $I_4 = I_N = 0$ A.
 $P = 101$ W; $Q = -33,8$ var; $\underline{S} = 107e^{j18^\circ}$ V · A.

7 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 1 - j = 1,41e^{-j45^\circ}$ A; $\underline{I}_B = -0,5 - j0,866 = e^{-j120^\circ}$ A;
 $\underline{I}_C = 0,577 + j0,333 = 0,667e^{j30^\circ}$ A; $\underline{I}_N = 1,08 - j1,53 = 1,87e^{-j55^\circ}$ A.

- $I_1 = I_A = 1,41 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,667 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,87 \text{ A}.$
 $P = 100 \text{ W}; Q = 83,3 \text{ var}; \underline{S} = 130e^{j40^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.b. $\underline{I}_A = 0,493 - j0,118 = 0,506e^{-j13^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -1,19 - j0,679 = 1,37e^{-j150^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = 0,702 + j0,797 = 1,06e^{j49^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A};$
 $\underline{U}_a = 15,3 + j9,37 = 17,9e^{j32^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -59,7 - j33,9 = 68,7e^{-j150^\circ} \text{ V};$
 $\underline{U}_c = -59,7 + j52,7 = 79,6e^{j139^\circ} \text{ V}; \underline{U}_N = 34,7 - j9,37 = 36e^{-j15^\circ} \text{ V}.$
 $I_1 = I_A = 0,506 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,37 \text{ A}; I_3 = I_C = 1,06 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 $P = 101 \text{ W}; Q = 91 \text{ var}; \underline{S} = 136e^{j42^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.c. $\underline{I}_A = 1 - j = 1,41e^{-j45^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,5 - j0,866 = e^{-j120^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_N = 0,5 - j1,87 = 1,93e^{-j75^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 1,41 \text{ A}; I_2 = I_B = 1 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 1,93 \text{ A}.$
 $P = 100 \text{ W}; Q = 50 \text{ var}; \underline{S} = 112e^{j27^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.d. $\underline{I}_A = 1,07 + j0,22 = 1,1e^{j12^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -1,07 - j0,22 = 1,1e^{-j168^\circ} \text{ A};$
 $\underline{U}_a = 21,3 + j32,3 = 38,72e^{j57^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -53,7 - j11 = 54,8e^{-j168^\circ} \text{ V};$
 $\underline{U}_N = 28,7 - j32,3 = 43,2e^{-j48^\circ} \text{ V}.$
 $I_1 = I_A = 1,1 \text{ A}; I_2 = I_B = 1,1 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 $P = 90 \text{ W}; Q = 30 \text{ var}; \underline{S} = 94,9e^{j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$

8 var.

- 1.a. $\underline{I}_A = 0,5 \text{ A}; \underline{I}_B = -0,636 - j0,0223 = 0,636e^{-j178^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -0,446 - j0,0268 = 0,447e^{-j177^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = -0,582 - j0,0491 = 0,584e^{-j175^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 0,5 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,636 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,447 \text{ A}; I_4 = I_N = 0,584 \text{ A}.$
 $P = 31,1 \text{ W}; Q = 4,18 \text{ var}; \underline{S} = 31,4e^{8^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.b. $\underline{I}_A = 0,773 - j0,0603 = 0,775e^{j4^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,387 - j0,276 = 0,475e^{-j145^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_C = -0,386 + j0,215 = 0,442e^{j151^\circ} \text{ A}; \underline{I}_N = 0 \text{ A};$
 $\underline{U}_a = 46,4 + j3,62 = 46,5e^{j4^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = 1,35 - j22,4 = 22,4e^{-j87^\circ} \text{ V};$
 $\underline{U}_c = 1,35 + j29,6 = 29,6e^{j87^\circ} \text{ V}; \underline{U}_N = -16,4 - j3,62 = 16,7e^{-j168^\circ} \text{ V}.$
 $I_1 = I_A = 0,775 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,475 \text{ A}; I_3 = I_C = 0,442 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}.$
 $P = 47,5 \text{ W}; Q = -2,68 \text{ var}; \underline{S} = 47,6e^{-j3^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.c. $\underline{I}_A = 0,5 \text{ A}; \underline{I}_B = -0,636 - j0,0223 = 0,636e^{-j178^\circ} \text{ A};$
 $\underline{I}_N = -0,136 - j0,0223 = 0,137e^{-j171^\circ} \text{ A}.$
 $I_1 = I_A = 0,5 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,636 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0,137 \text{ A}.$
 $P = 25,1 \text{ W}; Q = 16,2 \text{ var}; \underline{S} = 29,9e^{j33^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$
- 1.d. $\underline{I}_A = 0,551 + j0,0463 = 0,553e^{j5^\circ} \text{ A}; \underline{I}_B = -0,551 - j0,0463 = 0,553e^{-j175^\circ} \text{ A};$

$$\begin{aligned}\underline{U}_a &= 33,1 + j2,78 = 33,2e^{j5^\circ} \text{ V}; \underline{U}_b = -11,9 - j23,2 = 26,1e^{j117^\circ} \text{ V}; \\ \underline{U}_N &= -3,07 - j2,78 = 4,14e^{j138^\circ} \text{ V}. \\ I_1 = I_A &= 0,553 \text{ A}; I_2 = I_B = 0,553 \text{ A}; I_3 = I_C = 0 \text{ A}; I_4 = I_N = 0 \text{ A}. \\ P &= 26 \text{ W}; Q = 12,2 \text{ var}; \underline{S} = 28,7e^{j25^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.\end{aligned}$$

3.2.1.

1 var.

$$\begin{aligned}1. \underline{I}_{ab} &= 1,2 + j0,6 = 1,34e^{j27^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -0,08 - j1,34 = 1,34e^{j93^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{ca} &= -1,12 + j0,739 = 1,34e^{j147^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 2,32 - j0,139 = 2,32e^{j3^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= -1,28 - j1,94 = 2,32e^{j123^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -1,04 + j2,08 = 2,32e^{j117^\circ} \text{ A}. \\ 2. I_1 = I_{ab} &= 1,34 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,34 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,34 \text{ A}; \\ I_4 = I_A &= 2,32 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,32 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,32 \text{ A}. \\ P_{W1} &= 696 \text{ W}; P_{W2} = 384 \text{ W}. \\ 3. P &= 1080 \text{ W}; Q = -540 \text{ var}; \underline{S} = 1207e^{j27^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.\end{aligned}$$

2 var.

$$\begin{aligned}1. \underline{I}_{ab} &= -j2,75 = 2,75e^{j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -2,38 + j1,37 = 2,75e^{j150^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{ca} &= 2,38 + j1,37 = 2,75e^{j30^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = -2,38 - j4,12 = 4,76e^{j120^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= -2,38 + j4,12 = 4,76e^{j120^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 4,76 = 4,76e^{j0^\circ} \text{ A}. \\ 2. I_1 = I_{ab} &= 2,75 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 2,75 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 2,75 \text{ A}; \\ I_4 = I_A &= 4,76 \text{ A}; I_5 = I_B = 4,76 \text{ A}; I_6 = I_C = 4,76 \text{ A}. \\ P_{W1} &= -655 \text{ W}; P_{W2} = 655 \text{ W}. \\ 3. P &= 0 \text{ W}; Q = 2269 \text{ var}; \underline{S} = 2269e^{j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.\end{aligned}$$

3 var.

$$\begin{aligned}1. \underline{I}_{ab} &= j = e^{j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 0,866 - j0,5 = e^{j30^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{ca} &= -0,866 - j0,5 = e^{j150^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,866 + j1,5 = 1,73e^{j60^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= 0,866 - j1,5 = 1,73e^{j60^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -1,73 = 1,73e^{j180^\circ} \text{ A}. \\ 2. I_1 = I_{ab} &= 1 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1 \text{ A}; \\ I_4 = I_A &= 1,73 \text{ A}; I_5 = I_B = 1,73 \text{ A}; I_6 = I_C = 1,73 \text{ A}. \\ P_{W1} &= 217 \text{ W}; P_{W2} = -217 \text{ W}. \\ 3. P &= 0 \text{ W}; Q = -750 \text{ var}; \underline{S} = 750e^{j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.\end{aligned}$$

4 var.

$$\begin{aligned}1. \underline{I}_{ab} &= 0,692 - j1,21 = 1,4e^{j60^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -1,39 + j0,0062 = 1,4e^{j180^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{ca} &= 0,703 + j1,21 = 1,4e^{j60^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = -0,0108 - j2,42 = 2,42e^{j90^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_B &= -2,09 + j1,22 = 2,42e^{j150^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 2,1 + j1,2 = 2,42e^{j30^\circ} \text{ A}.\end{aligned}$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,4 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,4 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,4 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 2,42 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,42 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,42 \text{ A}.$$

$$P_{W1} = -2,42 \text{ W}; P_{W2} = 470 \text{ W}.$$

$$3. P = 467 \text{ W}; Q = 818 \text{ var}; \underline{S} = 942e^{j60^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

5 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = j2 = 2e^{j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 1,73 - j = 2e^{-j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -1,73 - j = 2e^{-j150^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 1,73 + j3 = 3,46e^{j60^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = 1,73 - j3 = 3,46e^{-j60^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -3,46 = 3,46e^{j180^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 2 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 2 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 2 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 3,46 \text{ A}; I_5 = I_B = 3,46 \text{ A}; I_6 = I_C = 3,46 \text{ A}.$$

$$P_{W1} = 346 \text{ W}; P_{W2} = -346 \text{ W}.$$

$$3. P = 0 \text{ W}; Q = -1200 \text{ var}; \underline{S} = 1200e^{-j90^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

6 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,09 - j1,09 = 1,55e^{-j45^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -1,49 - j0,4 = 1,55e^{-j165^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 0,4 + j1,49 = 1,55e^{j75^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,693 - j2,59 = 2,68e^{-j75^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -2,59 + j0,693 = 2,68e^{j165^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 1,89 + j1,89 = 2,68e^{j45^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,55 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,55 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,55 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 2,68 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,68 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,68 \text{ A}.$$

$$P_{W1} = 121 \text{ W}; P_{W2} = 453 \text{ W}.$$

$$3. P = 574 \text{ W}; Q = 574 \text{ var}; \underline{S} = 812e^{j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

7 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 0,75 = 0,75e^{j0^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -0,375 - j0,65 = 0,75e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -0,375 + j0,65 = 0,75e^{j120^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 1,12 - j0,65 = 1,3e^{-j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,12 - j0,65 = 1,3e^{-j150^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = j1,3 = 1,3e^{j90^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 0,75 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 0,75 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 0,75 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 1,3 \text{ A}; I_5 = I_B = 1,3 \text{ A}; I_6 = I_C = 1,3 \text{ A}.$$

$$P_{W1} = 169 \text{ W}; P_{W2} = 169 \text{ W}.$$

$$3. P = 338 \text{ W}; Q = 0 \text{ var}; \underline{S} = 338e^{j0^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

8 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,18 + j0,294 = 1,21e^{j14^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -0,334 - j1,17 = 1,21e^{-j106^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -0,843 + j0,872 = 1,21e^{j134^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 2,02 - j0,578 = 2,1e^{-j16^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,51 - j1,46 = 2,1e^{-j136^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -0,509 + j2,04 = 2,1e^{j104^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,21 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,21 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,21 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 2,1 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,1 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,1 \text{ A}.$$

$$P_{W1} = 252 \text{ W}; P_{W2} = 189 \text{ W}.$$

$$3. P = 441 \text{ W}; Q = -110 \text{ var}; \underline{S} = 455e^{-j14^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

3.2.2.

1 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,25 = 1,25e^{j0^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 1,25 - j2,08 = 2,43e^{-j59^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 1,03 + j1,56 = 1,86e^{j57^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,223 - j1,56 = 1,57e^{-j82^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,36 \cdot 10^{-3} - j2,08 = 2,08e^{-j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -0,222 + j3,64 = 3,64e^{j93^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,25 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 2,43 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,86 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 1,57 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,08 \text{ A}; I_6 = I_C = 3,64 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 27,9 \text{ W}; P_{W2} = 380 \text{ W}.$$

$$3. P = 408 \text{ W}; Q = -57 \text{ var}; \underline{S} = 412e^{-j8^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

2 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 3 - j3 = 4,24e^{-j45^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -1,5 - j2,6 = 3e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 1,73 + j = 2e^{j30^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 1,27 - j4 = 4,2e^{-j72^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -4,5 + j0,402 = 4,52e^{j175^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 3,23 + j3,6 = 4,84e^{j48^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 4,24 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 3 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 2 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 4,2 \text{ A}; I_5 = I_B = 4,52 \text{ A}; I_6 = I_C = 4,84 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 190 \text{ W}; P_{W2} = 710 \text{ W}.$$

$$3. P = 900 \text{ W}; Q = 750 \text{ var}; \underline{S} = 1172e^{j40^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

3 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,75 = 1,75e^{j0^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 0,641 - j2,39 = 2,47e^{-j75^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 0,866 + j0,5 = e^{j30^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,884 - j0,5 = 1,02e^{-j29^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,11 - j2,39 = 2,64e^{-j115^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 0,225 + j2,89 = 2,9e^{j86^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,75 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 2,47 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 1,02 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,64 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,9 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 155 \text{ W}; P_{W2} = 458 \text{ W}.$$

$$3. P = 613 \text{ W}; Q = -131 \text{ var}; \underline{S} = 626e^{-j12^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

4 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 0,976 - j1,22 = 1,56e^{-j51^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -0,571 - j0,99 = 1,14e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -1,93 + j0,518 = 2e^{j165^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 2,91 - j1,74 = 3,39e^{-j31^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,55 + j0,23 = 1,56e^{j172^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -1,36 + j1,51 = 2,03e^{j132^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,56 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,14 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 2 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 3,39 \text{ A}; I_5 = I_B = 1,56 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,03 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 582 \text{ W}; P_{W2} = 125 \text{ W}.$$

$$3. P = 707 \text{ W}; Q = -39 \text{ var}; \underline{S} = 708e^{-j3^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

5 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = -j1,8 = 1,8e^{-j90^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -2,24 - j1,11 = 2,5e^{-j154^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -0,45 + j0,779 = 0,9e^{j120^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,45 - j2,58 = 2,62e^{-j80^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -2,24 + j0,694 = 2,34e^{j163^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 1,79 + j1,89 = 2,6e^{j47^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,8 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 2,5 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 0,9 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 2,62 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,34 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,6 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 101 \text{ W}; P_{W2} = 569 \text{ W}.$$

$$3. P = 670 \text{ W}; Q = 717 \text{ var}; \underline{S} = 981e^{j47^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

6 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,77 - j1,77 = 2,5e^{-j45^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = -0,833 - j1,44 = 1,67e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = -1,24 + j0,615 = 1,39e^{j154^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 3,01 - j2,38 = 3,84e^{-j38^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -2,6 + j0,325 = 2,62e^{j173^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -0,41 + j2,06 = 2,1e^{j101^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 2,5 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,67 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,39 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 3,84 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,62 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,1 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 753 \text{ W}; P_{W2} = 394 \text{ W}.$$

$$3. P = 1147 \text{ W}; Q = 250 \text{ var}; \underline{S} = 1174e^{j12^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

7 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,06 + j1,59 = 1,91e^{j56^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 1,36 - j0,79 = 1,57e^{-j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 0,676 + j1,37 = 1,53e^{j64^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,382 + j0,219 = 0,44e^{j30^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = 0,303 - j2,37 = 2,39e^{-j83^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = -0,68 + j2,15 = 2,26e^{j108^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,91 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,57 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 1,53 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 0,44 \text{ A}; I_5 = I_B = 2,39 \text{ A}; I_6 = I_C = 2,26 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 105 \text{ W}; P_{W2} = 419 \text{ W}.$$

$$3. P = 524 \text{ W}; Q = -519 \text{ var}; \underline{S} = 737e^{-j45^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

8 var.

$$1. \underline{I}_{ab} = 1,5 = 1,5e^{j0^\circ} \text{ A}; \underline{I}_{bc} = 0,179 - j1,49 = 1,5e^{-j83^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = 1,18 + j2,76 = 3e^{j67^\circ} \text{ A}; \underline{I}_A = 0,322 - j2,76 = 2,78e^{-j83^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = -1,32 - j1,49 = 1,99e^{-j132^\circ} \text{ A}; \underline{I}_C = 1 + j4,25 = 4,36e^{j77^\circ} \text{ A}.$$

$$2. I_1 = I_{ab} = 1,5 \text{ A}; I_2 = I_{bc} = 1,5 \text{ A}; I_3 = I_{ca} = 3 \text{ A};$$

$$I_4 = I_A = 2,78 \text{ A}; I_5 = I_B = 1,99 \text{ A}; I_6 = I_C = 4,36 \text{ A};$$

$$P_{W1} = 96 \text{ W}; P_{W2} = 1254 \text{ W}.$$

$$3. P = 1350 \text{ W}; Q = 450 \text{ var}; \underline{S} = 1423e^{j18^\circ} \text{ V} \cdot \text{A}.$$

LITERATŪRA

- Bartkevičius, S. ir kt. 1996. *Teorinė elektrotechnika*. II d. Kaunas: Technologija. 446 p.
- Boylestad, R. L. 1996. *Introductory circuit analysis*. 8/e. Prentice Hall. 1136 p.
- Elektrotechnikos terminų žodynas* 1999. Moksl. red. Smilgevičius, A., Žebrauskas, S. Kaunas: Technologija. 871 p.
- Gerdžiūnas, P., Plakys, V. 2005. *Bendrieji akademinų darbų įforminimo reikalavimai*. Vilnius: Technika. 75 p.
- Masiokas, S. 1994. *Elektrotechnika*. Kaunas: Candela. 432 p.
- Pukys, P., Stonys, J., Virbalis, A. 2004. *Torinė elektrotechnika. Elektros grandinių teorijos pagrindai*. Kaunas: Technologija.
- Pukys, P. 2000. *Teorinė elektrotechnika*. I d. Kaunas: Technologija. 275 p.
- Richard C. Dorf, James A. Svoboda. 2011. *Introduction to Electric Circuits* (8th Edition). Wiley, 880 p.
- Savickienė, Z. 2010. *Teorinė elektrotechnika: laboratorinių darbų metodikos nurodymai*. I d. Vilnius: Technika. 100 p.
- Sveikata, J. 2004. *Tiesinių grandinių teorija*. Kaunas: Technologija. 269 p.
- www.electronicworkbench.com
- Бессонов, Л. А. 2001. *Теоретические основы электротехники. Электрические цепи*. Москва: Гардарики. 638 с.